

中学数学3年

大日本図書版

完全準拠

# 教科書ガイド

(移行措置対応分)

平成22～23年度版

## 移行教材

### 目次

#### 2章●平方根

有理数と無理数 …………… 2

1. 有理数 …………… 2

2. 数の世界のひろがり …………… 4

#### 3章●2次方程式

2次方程式の解の公式 …………… 7

2次方程式の解の公式の使い方 … 9

**罫** 2次方程式の計算練習 …………… 9

日常の場面と2次方程式 …………… 12

#### 4章●関数

いろいろな関数 …………… 14

#### ●円周角の定理

1. 円周角 …………… 17

2. 円周角の定理 …………… 18

3. 弧と円周角 …………… 21

**罫** 円周角の定理の練習問題 …… 22

4. 円周角の定理の逆 …………… 24

5. 円の性質の利用 …………… 25

#### 5章●相似と比

相似な図形の面積と体積 …………… 27

1. 相似な図形の面積 …………… 27

2. 相似な立体の表面積と体積 …… 29

3. 相似な立体の性質の利用 …… 31

**罫** 相似な図形の面積と体積の練習問題 … 32

数学の森(相似な図形) …………… 34

#### ●標本調査

1節 標本調査 …………… 35

1. 調査のしかた …………… 35

2. 母集団の平均値の推定 …… 36

3. 母集団の数量の推定 …… 38

4. 標本調査の利用 …………… 40

**罫** 章の問題 …………… 40

## 2章

## 平方根

## 有理数と無理数

移行教材

P.2



$\sqrt{2}$  を小数で表すと、 $\sqrt{2}=1.4142\dots\dots$  のようにどこまでも限りなく続くことが知られている。

- [1] 分数  $\frac{1}{5}$  や  $\frac{5}{8}$  を小数で表そう。 [2] 小数 1.4 や 1.41 を分数で表そう。

**考え方** [2]  $0.1=\frac{1}{10}$ ,  $0.01=\frac{1}{100}$

**解答** [1]  $\frac{1}{5}=0.2$      $\frac{5}{8}=0.625$

[2]  $1.4=\frac{7}{5}$      $1.41=\frac{141}{100}$

## 1 有理数

## ここで勉強ある

## 移行教材の要点

- 有限小数
- 無限小数
- 循環小数

0.2 や 0.625 などのように、終わりのある小数を有限小数ゆうげんしょうすうという。  
有限小数に対して、終わりがなくどこまでも続く小数を無限小数むげんしょうすうという。  
いくつかの数字が同じ順序でくり返し現れる無限小数を循環小数じゅんかんしょうすうという。循環小数は、循環する小数部分の初めと終わりの数字の上に・をつけて、次のように表すことがある。

(例)  $\frac{1}{7}=0.142857142857\dots\dots=0.\dot{1}4285\dot{7}$      $\frac{5}{3}=1.666\dots\dots=1.\dot{6}$

- 分数と小数
- 有理数

分数を小数で表すと、有限小数か循環小数のどちらかになる。

有限小数も循環小数も、分数で表すことができる。

分数で表すことのできる数、つまり、整数  $a$  と 0 でない整数  $b$  を使って、 $\frac{a}{b}$

の形で表すことのできる数を有理数ゆうりすうという。

整数も  $8=\frac{8}{1}$ ,  $-5=\frac{-5}{1}$ ,  $0=\frac{0}{1}$  などのように  $\frac{a}{b}$  の形で表すことのできる

ので、有理数である。

移行教材  
P.2

1  $\frac{1}{7}$  を小数で表そう。

$$\frac{1}{7} = 0.14285714\cdots$$

- 1 右の筆算を続けて行いなさい。
- 2 数字の現れ方にどのような特徴とくちょうがありますか。
- 3 小数点以下の数字はどこまで続きますか。

- 【解答】
- 1 右の筆算
  - 2 「142857」の6つの数字がくり返されている。
  - 3 無限に続く。

$$\begin{array}{r}
 0.14285714\overline{28571} \\
 7 \overline{) 1.00000000} \\
 \underline{7} \phantom{00000000} \\
 30 \phantom{0000000} \\
 \underline{28} \phantom{0000000} \\
 20 \phantom{0000000} \\
 \underline{14} \phantom{0000000} \\
 60 \phantom{0000000} \\
 \underline{56} \phantom{0000000} \\
 40 \phantom{0000000} \\
 \underline{35} \phantom{0000000} \\
 50 \phantom{0000000} \\
 \underline{49} \phantom{0000000} \\
 10 \phantom{0000000} \\
 \underline{7} \phantom{0000000} \\
 30 \phantom{0000000} \\
 \underline{28} \phantom{0000000} \\
 20 \phantom{0000000} \\
 \underline{14} \phantom{0000000} \\
 60 \phantom{0000000} \\
 \underline{56} \phantom{0000000} \\
 40 \phantom{0000000} \\
 \underline{35} \phantom{0000000} \\
 50 \phantom{0000000} \\
 \underline{49} \phantom{0000000} \\
 10 \phantom{0000000} \\
 \underline{7} \phantom{0000000} \\
 3
 \end{array}$$

移行教材  
P.2

Q1 次の数を小数で表しなさい。

(1)  $\frac{1}{3}$                       (2)  $\frac{4}{9}$                       (3)  $\frac{7}{99}$

【考え方】 分子を分母でわる。

- 【解答】 (1) 0.333333… (2) 0.444444… (3) 0.070707…

移行教材  
P.3

Q2 Q1 で表した循環小数を、 $\cdot$ をつけて表しなさい。

- 【解答】 (1)  $0.\dot{3}$       (2)  $0.\dot{4}$       (3)  $0.\dot{0}\dot{7}$

移行教材  
P.3

2 循環小数  $0.\dot{6}\dot{5}$  を分数で表すことを考えよう。

$$x = 0.\dot{6}\dot{5} \text{ とおくと,}$$

$$100x = 65.656565\cdots \quad \cdots \text{①}$$

$$x = 0.656565\cdots \quad \cdots \text{②}$$

$$\text{①} - \text{②} \text{ より, } 99x = 65 \quad \text{よって, } x = \frac{65}{99} \quad \text{つまり, } 0.\dot{6}\dot{5} = \frac{65}{99}$$

- 1 ①で  $x$  に 100 をかけたのはなぜですか。
- 2  $65 \div 99$  を計算して、 $0.\dot{6}\dot{5} = \frac{65}{99}$  となることを確かめなさい。

- 【解答】
- 1 小数点以下のくり返しの部分が同じ周期になるようにするため。
  - 2 省略



移行教材  
P.4

**1**  $\sqrt{2}$  が有理数ではないことを、Mさんは次のように説明した。Mさんの説明について考えてみよう。

もし、「 $\sqrt{2}$  が有理数である」と仮定すれば、分数  $\frac{a}{b}$  で表すことができる。ただし、 $\frac{a}{b}$  はこれ以上約分できないものとする。

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \text{ の両辺を 2 乗すると, } 2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \text{ ……①}$$

$\frac{a}{b}$  は約分できないので、  
 $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a \times a}{b \times b}$  } ……ア  
 も約分できない分数である。

すると、式①は、「整数 2 が、整数でない分数  $\frac{a^2}{b^2}$  に等しい」ことを示していることになる。このようなことはありえない。

これは、最初に「 $\sqrt{2}$  が有理数である」と仮定したことが誤りであることから生じたものである。

したがって、 $\sqrt{2}$  は有理数ではない。

**1** アが正しいことを、分数  $\frac{17}{12}$  の場合で確かめなさい。

**解答**  $\frac{17}{12}$  は分子の 17 と分母の 12 の公約数がないので、約分はできない。また、2 乗した分数の分子と分母も、公約数がないので、約分はできない。

移行教材  
P.5

**Q1** 次の数を、有理数と無理数に分けなさい。

$$2, -\sqrt{3}, \sqrt{9}, \sqrt{10}, -\sqrt{1}, \frac{5}{7}, -0.05, 0.\dot{4}$$

**考え方** 有理数は分数の形で表せる。無理数は分数の形で表せない。

$$\sqrt{9} = 3, -\sqrt{1} = -1$$

**解答** 有理数…2,  $\sqrt{9}$ ,  $-\sqrt{1}$ ,  $\frac{5}{7}$ ,  $-0.05$ ,  $0.\dot{4}$     無理数… $-\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{10}$

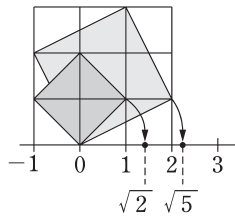
移行教材  
P.5

**2** 移行教材 5 ページの図で、 $\sqrt{2}$  や  $\sqrt{5}$  を数直線上の点と対応させてみよう。

**1** 移行教材 5 ページの図の数直線上に、 $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{5}$  に対応する点をそれぞれとりなさい。

**考え方** 面積が 2 の正方形の 1 辺の長さが  $\sqrt{2}$ 、面積が 5 の正方形の 1 辺の長さが  $\sqrt{5}$  になる。

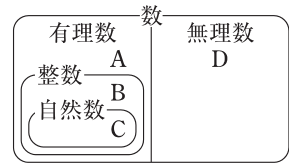
【解答】



移行教材  
P.5

【Q2】 次の数は、それぞれ右の図のA～Dのどこに入りますか。

$$\frac{1}{5}, -5, 5, -\sqrt{5}$$



【考え方】 無理数は分数の形で表せない。有理数は分数の形で表せる。自然数は正の整数のことである。

【解答】  $\frac{1}{5} \cdots A$      $-5 \cdots B$      $5 \cdots C$      $-\sqrt{5} \cdots D$

## 3章

## 2次方程式

## 2次方程式の解の公式

移行教材  
P.6

□ 次の式の□には、どんな数が入るだろうか。

$$x^2+8x+\square=(x+\square)^2$$

$$x^2+5x+\square=(x+\square)^2$$

$$x^2-3x+\square=(x-\square)^2$$

【考え方】  $x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$ 、 $x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$  を利用します。

【解答】  $x^2+8x+\square=(x+\square)^2$

$$x^2+5x+\frac{25}{4}=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2$$

$$x^2-3x+\frac{9}{4}=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2$$

## ここで勉強ある

## 移行教材の要点

□ 解の公式

2次方程式の解の公式

2次方程式  $ax^2+bx+c=0$  の解は、
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
 右の公式で求めることができる。解の公式を使うときは、2次方程式の  $a$ 、 $b$ 、 $c$  の値を確認してから、代入して計算する。

$$ax^2+bx+c=0$$

両辺を  $a$  でわると、

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

 $\frac{c}{a}$  を右辺に移項すると、

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

両辺に  $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$  を加えると、

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

左辺を因数分解すると、

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

 $\frac{b}{2a}$  を右辺に移項すると、

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

したがって、
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

移行教材  
P.6

**1** 2 次方程式  $x^2+5x-3=0$  を解いてみよう。

**1** なぜ両辺に  $\left(\frac{5}{2}\right)^2$  を加えたのですか。

**解答** **1**  $x$  の係数を 2 でわった数の 2 乗を両辺に加える。

$$\begin{aligned} x^2+5x-3 &= 0 \\ -3 \text{ を右辺に移項すると,} \\ x^2+5x &= 3 \\ \text{両辺に } \left(\frac{5}{2}\right)^2 \text{ を加えると,} \\ x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2 &= 3+\left(\frac{5}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

左辺を因数分解すると,

$$\begin{aligned} \left(x+\frac{5}{2}\right)^2 &= \frac{37}{4} \\ x+\frac{5}{2} &= \pm \frac{\sqrt{37}}{2} \\ x &= -\frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{37}}{2} \\ \text{したがって, } x &= \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2} \end{aligned}$$

移行教材  
P.6

**Q1** **1** と同じようにして, 2 次方程式  $x^2-3x+1=0$  を解きなさい。

**考え方**

$$\begin{aligned} x^2-3x &= -1 \\ x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2 &= -1+\left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-\frac{3}{2} &= \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \\ x &= \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \\ x &= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

**解答**  $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

移行教材  
P.7

**2** 省略

**1**  $a=3, b=5, c=1$  を  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$  に代入して, (移行教材 7 ページ

**2**  $3x^2+5x+1=0$  の解が  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$  になることを確かめなさい。

**解答**  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$   
 $= \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$

## 2次方程式の解の公式の使い方

移行教材  
P.8

**1** 省略

**Q1** 2次方程式  $4x^2+5x-1=0$  を、解の公式を使って解く。次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 解の公式の  $a$ ,  $b$ ,  $c$  にあたる数はそれぞれいくらですか。

(2) 解の公式に、 $a$ ,  $b$ ,  $c$  にあたる数を代入して解きなさい。

**考え方** (2)  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 4 \times (-1)}}{2 \times 4}$   
 $= \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{8}$

**解答** (1)  $a=4$ ,  $b=5$ ,  $c=-1$  (2)  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{8}$

## 2次方程式の計算練習

移行教材  
P.9

**1** 次の2次方程式で、解の公式の  $a$ ,  $b$ ,  $c$  にあたる数はそれぞれいくらですか。また、この2次方程式を解の公式を使って解きなさい。

(1)  $x^2+5x-3=0$

(2)  $3x^2-7x+3=0$

(3)  $x^2+6x+4=0$

(4)  $2x^2-4x-9=0$

(5)  $x^2+3x-10=0$

**解答** (1)  $a=1$ ,  $b=5$ ,  $c=-3$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2}$$

(2)  $a=3$ ,  $b=-7$ ,  $c=3$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 3 \times 3}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6}$$

(3)  $a=1$ ,  $b=6$ ,  $c=4$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$= \frac{-6 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$= -3 \pm \sqrt{5}$$

(4)  $a=2$ ,  $b=-4$ ,  $c=-9$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 2 \times (-9)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{88}}{4}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{22}}{4}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$$

(5)  $a=1$ ,  $b=3$ ,  $c=-10$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-10)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$= 2, -5$$

移行教材  
P.9

**Q1** (1)  $x^2+9x-2=0$       (2)  $8x^2-7x+1=0$       (3)  $x^2+12x+8=0$   
 (4)  $5x^2-10x-4=0$       (5)  $4x^2-7x+3=0$

**解答** (1)  $a=1, b=9, c=-2$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-9 \pm \sqrt{89}}{2}$$

(2)  $a=8, b=-7, c=1$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 8 \times 1}}{2 \times 8}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{17}}{16}$$

(3)  $a=1, b=12, c=8$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{112}}{2}$$

$$= \frac{-12 \pm 4\sqrt{7}}{2}$$

$$= -6 \pm 2\sqrt{7}$$

(4)  $a=5, b=-10, c=-4$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 5 \times (-4)}}{2 \times 5}$$

$$= \frac{10 \pm \sqrt{180}}{10}$$

$$= \frac{10 \pm 6\sqrt{5}}{10}$$

$$= \frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{5}$$

(5)  $a=4, b=-7, c=3$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 4 \times 3}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{1}}{8}$$

$$= \frac{7 \pm 1}{8}$$

$$= 1, \frac{3}{4}$$

移行教材  
P.9

**Q2** 次の 2 次方程式を、解の公式が使いやすいように変形して解きなさい。

(1)  $2x^2+14x+8=0$       (2)  $-x^2-4x+2=0$

**考え方** (1) 両辺を 2 でわってから計算する。  $x^2+7x+4=0$

(2) 両辺に (-1) をかけてから計算する。  $x^2+4x-2=0$

**解答** (1)  $x = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{2}$       (2)  $x = -2 \pm \sqrt{6}$

移行教材  
P.9

**Q2** (1)  $3x^2=18x+9$       (2)  $8x+6=4x^2$

**考え方** (1) 両辺を 3 でわってから計算する。  $3x^2-18x-9=0 \rightarrow x^2-6x-3=0$

(2) 両辺を 2 でわってから計算する。  $4x^2-8x-6=0 \rightarrow 2x^2-4x-3=0$

**解答** (1)  $x = 3 \pm 2\sqrt{3}$       (2)  $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$

移行教材

P.9

**3** 次の2次方程式を適当な方法で解きなさい。

(1)  $x^2=6x+7$

(2)  $10x=3x^2-3$

(3)  $x(x-4)=x$

(4)  $(y-2)^2-9=0$

**解答** (1)  $x^2-6x-7=0$   
 $(x+1)(x-7)=0$   
 $x=-1, x=7$

(2)  $3x^2-10x-3=0$   
 $x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\times 3\times(-3)}}{2\times 3}$   
 $=\frac{10\pm\sqrt{136}}{6}$   
 $=\frac{10\pm 2\sqrt{34}}{6}$   
 $=\frac{5\pm\sqrt{34}}{3}$

(3)  $x^2-4x=x$   
 $x^2-5x=0$   
 $x(x-5)=0$   
 $x=0, x=5$

(4)  $(y-2)^2=9$   
 $y-2=\pm 3$   
 $y=2\pm 3$   
 $y=-1, y=5$

移行教材

P.9

**Q3** (1)  $2x^2=12x-14$

(2)  $x=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}$

(3)  $(x+1)(x-2)=x+1$

(4)  $(2t-3)^2=6t-5$

**解答** (1)  $2x^2-12x+14=0$   
 $x^2-6x+7=0$   
 $x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times 1\times 7}}{2\times 1}$   
 $=\frac{6\pm\sqrt{8}}{2}$   
 $=\frac{6\pm 2\sqrt{2}}{2}$   
 $x=3\pm\sqrt{2}$

(2)  $\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{2}=0$   
 $x^2-2x+1=0$   
 $(x-1)^2=0$   
 $x=1$

(3)  $x^2-x-2=x+1$   
 $x^2-2x-3=0$   
 $(x+1)(x-3)=0$   
 $x=-1, x=3$

(4)  $4t^2-12t+9=6t-5$   
 $4t^2-18t+14=0$   
 $2t^2-9t+7=0$   
 $(t-1)(2t-7)=0$   
 $t=1, t=\frac{7}{2}$

# 日常の場面と2次方程式

移行教材  
P.10

- 1** 地上から秒速 35 m で真上に打ち上げたボールは、 $x$  秒後にはおよそ  $(35x - 5x^2)$  m の高さを通過するという。このボールが地上 45 m の高さを通過するのは何秒後であるかを考えよう。
- 1** 1 秒後には地上から何 m の高さを通過しますか。
- 2** ボールが 45 m の高さを通過するのはおよそ何秒後ですか。方程式をつくって答えを求めなさい。

**考え方**  $x$  秒後と高さの関係は、与えられた関係式を使う。

- 1**  $x=1$  を代入すると、 $35 \times 1 - 5 \times 1^2 = 30$  (m)
- 2**  $35x - 5x^2 = 45$  を解く。答えは、上がるときと下がるときの 2 回ある。

**解答** **1** 30 (m)

**2** (解答例)  $x$  秒後に 45 m の高さを通過するとすると、

$$\begin{aligned} 35x - 5x^2 &= 45 \\ -5x^2 + 35x - 45 &= 0 \\ x^2 - 7x + 9 &= 0 \\ x &= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 36}}{2} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

$\sqrt{13}$  はおよそ 3.6 なので、

$$x = \frac{7 + 3.6}{2} = 5.3$$

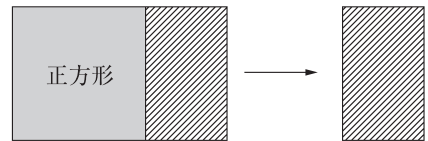
$$x = \frac{7 - 3.6}{2} = 1.7$$

これらはどちらも問題の答えとしてよい。

**答** 1.7 秒後, 5.3 秒後

移行教材  
P.11

- 2** めいし 名刺の形がどのような長方形であるかを調べよう。図のように、名刺の形の長方形から短い辺を 1 辺とする正方形を切り取る。このとき、残った長方形ともとの長方形は、2 辺の長さの比が等しくなる。



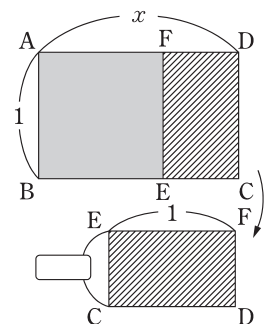
このことをもとに、Sさんは次のようにして長方形 ABCD の 2 辺の長さの比を求めようとした。

もとの長方形 ABCD の 2 辺の長さを  $AB=1$ ,  $AD=x$  とすると、正方形を切り取って残った長方形 ECDF の 2 辺の長さの比は、

$$(x-1) : 1$$

だから、 $1 : x = (x-1) : 1$  ……①

- 1** ①から 2 次方程式をつくり、それを解きなさい。
- 2** ①の結果から、長方形の 2 辺の長さの比を求めなさい。



**考え方** [1] 比例式  $a:b=c:d$  は  $ad=bc$  だから,  $x(x-1)=1 \times 1$   
すなわち  $x^2-x-1=0$

[2] 辺の長さは正だから,  $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$   
( $\sqrt{5}=2.236\dots$  より,  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}<0$  となる。)

**解答** [1]  $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

[2]  $1:\frac{\sqrt{5}+1}{2}$  または  $2:(\sqrt{5}+1)$

移行教材  
P.11

♥ いろいろな高さを通過する時間は?

**1**で, ボールがいろいろな高さを通過する時間を調べてみましょう。

Aさん「ボールが60mの高さを通過するのは何秒後かな?」

Bさん「ボールが再び地上に落ちてくるのは何秒後かな?」

**考え方** Aさん:  $35x-5x^2=60$   
 $5x^2-35x+60=0$   
 $x^2-7x+12=0$   
 $(x-3)(x-4)=0$   
 $x=3, x=4$

Bさん: 高さが0mと考える。

$35x-5x^2=0$   
 $5x^2-35x=0$   
 $x^2-7x=0$   
 $x(x-7)=0$   
 $x=0, x=7$

0秒後は, ボールを打ち上げるときの  
時間を表している。

**解答** Aさん: 3秒後と4秒後      Bさん: 7秒後

# 4章

# 関数

## いろいろな関数

### ここで勉強ある

### 移行教材の要点

□ グラフの読み取り

鉄道の乗車距離と運賃の関係などのように、ある範囲(「・」はふくむ, 「○」は含まないことを表す)の値に対して一定の値となるグラフを考える。

移行教材  
P.12

**1** 右の表は、ある鉄道の乗車距離と運賃の関係を表している。数量の関係に着目して、変化や対応のようすを調べよう。

**[1]** 乗車距離を  $x$  km, 運賃を  $y$  円とすると,  $y$  は  $x$  の関数であるといえますか。

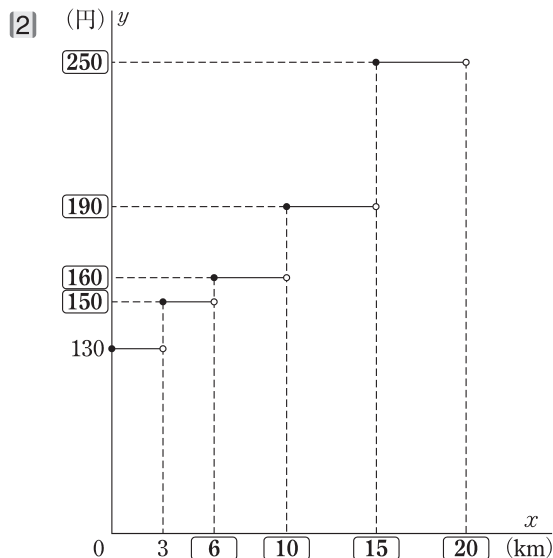
**[2]** 移行教材12ページのグラフは乗車距離と運賃の関係を表している。目盛りの空らんをうめて, グラフを完成させなさい。

**[3]** この数量の関係は, 1次関数や関数  $y=ax^2$  とどのようなちがいがありますか。

運賃表

乗車距離 (km)	運賃 (円)
以上 未満	
0 ~ 3	130
3 ~ 6	150
6 ~ 10	160
10 ~ 15	190
15 ~ 20	250

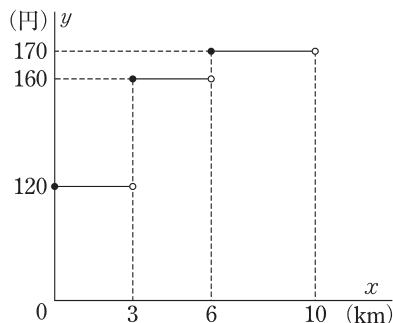
**【解答】** **[1]**  $x$  の値を1つ決めると,  $y$  の値が1つ決まるので,  $y$  は  $x$  の関数といえる。



**[3]** ある  $y$  の値に対して,  $x$  の値がある範囲で存在している。

移行教材  
P.13

**Q1** 右のグラフは、ある鉄道の乗車距離  $x$  km と運賃  $y$  円の関係を表している。グラフを読み取って、**1**のような運賃表を作りなさい。



**考え方** ●と○に注意して、以上、未満を読み取ることが大切。

**解答**

運賃表

乗車距離 (km)		運賃 (円)
以上	未満	
0 ~	3	120
3 ~	6	160
6 ~	10	170

移行教材  
P.13

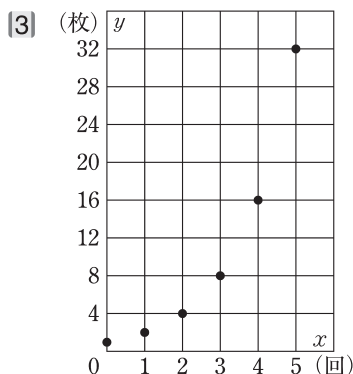
**2** 1枚の紙を半分に切ると、2枚になる。次にその2枚を重ねて半分に切ると、 $2 \times 2$ で4枚になる。このような切り方で  $x$  回切ったときの紙の枚数を  $y$  枚として、 $x$  と  $y$  の関係を調べよう。

- 1**  $y$  は  $x$  の関数であるといえますか。
- 2** 移行教材 13 ページの表を完成させなさい。
- 3** **2**の表に対応する  $x$ ,  $y$  の値の組を座標とする点を移行教材 13 ページの図にとりなさい。
- 4** この数量の関係は、1次関数や関数  $y = ax^2$  とどのようなちがいがありますか。

**解答** **1**  $x$  回切ったときの紙の枚数  $y$  は1つに決まるので、 $y$  は  $x$  の関数といえる。

**2**

$x$ (回)	0	1	2	3	4	5
$y$ (枚)	1	2	4	8	16	32



- 4) 1次関数のような直線にはならない。関数  $y = ax^2$  のような放物線にはならない。

移行教材  
P.13

**Q2** 2で、8回切ったときにできる紙の枚数は何枚になりますか。

**考え方** 表の続きを書いて、考える。

$x$ (回)	5	6	7	8
$y$ (枚)	32	64	128	256

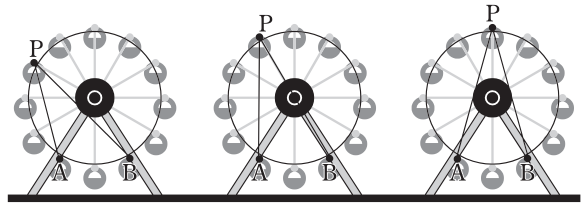
**解答** 256枚

## 円周角の定理

移行教材  
P.14



観覧車に乗っているPさんが、支柱の2点A, Bを見ている。 $\angle APB$ の大きさは、Pさんの位置の変化によってもなってしまうだろうか。



【解答】 Pさんの位置が変化しても、 $\angle APB$ の大きさは変わらない。

# 1 円周角

ここで勉強ある

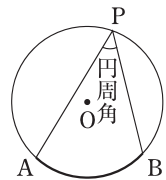
移行教材の要点

□ 円周角

円Oの $\widehat{AB}$ の両端A, Bと、 $\widehat{AB}$ を除いた円周上の点Pを結んでできる $\angle APB$ を、 $\widehat{AB}$ に対する円周角という。

□ 弧

$\widehat{AB}$ を $\angle APB$ に対する弧という。

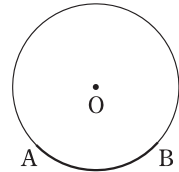


移行教材  
P.14

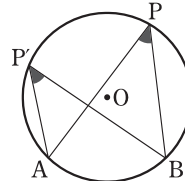
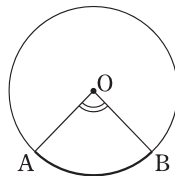
1 円周角について調べよう。

[1] 右の図の円Oに、 $\widehat{AB}$ に対する中心角と $\widehat{AB}$ に対する円周角をかきなさい。

[2]  $\widehat{AB}$ に対する中心角はいくつかけますか。 $\widehat{AB}$ に対する円周角はどうですか。



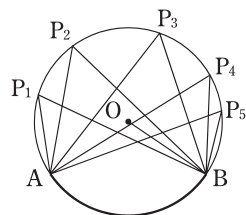
【解答】 [1] (中心角) 下の図の $\angle AOB$  (円周角) 下の図の $\angle APB$ ,  $\angle AP'B$  など。



[2] (中心角) 1つ (円周角) 無数

移行教材  
P.15

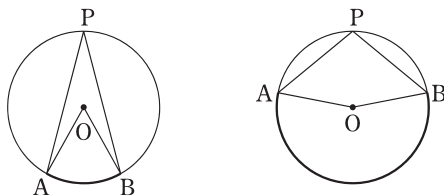
- 2** 右の図は、 $\widehat{AB}$  に対する円周角を、頂点の位置をいろいろ変えてかいたものである。
- 1**  $\angle P_1, \angle P_2, \angle P_3, \angle P_4, \angle P_5$  の大きさを調べなさい。  
どんなことがいえそうですか。
- 2** 中心角  $\angle AOB$  の大きさを調べ、**1** の結果と比べなさい。



- 解答** **1**  $\angle P_1 \sim \angle P_5$  は、すべて同じ大きさである。
- 2**  $\angle P_1 \sim \angle P_5$  の大きさは  $\angle AOB$  の大きさの半分である。

移行教材  
P.15

- Q1** 次の図で、頂点Pの位置をいろいろ変えて、**2** と同じことを調べなさい。



- 解答** 実際に調べてみると、どの角の大きさも等しくなることがわかる。

## 2 円周角の定理

ここで勉強ある

## 移行教材の要点

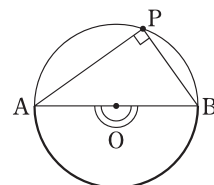
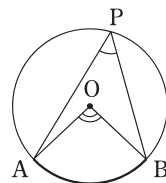
□ 円周角の定理

1つの弧に対する円周角の大きさはすべて等しく、その弧に対する中心角の大きさの半分である。

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

□ 半円の弧に対する円周角

半円の弧に対する円周角は、中心角  $180^\circ$  の半分だから  $90^\circ$  になる。→  $\triangle APB$  は直角三角形になる。





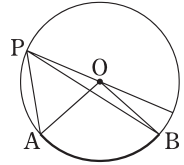
移行教材  
P.16

■ プラス・ワン ■

点Pが右の図のような位置にある場合に、

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

が成り立つことを証明しなさい。



【解答】 線分 PO を延長した直線と円 O との交点を Q とする。

$\triangle OPA$  は、 $OP=OA$  だから、 $\angle OPA = \angle OAP$

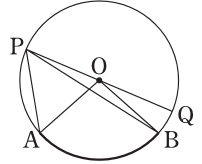
三角形の1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから、

$$\angle APQ = \frac{1}{2} \angle AOQ$$

同様にして、 $\angle BPQ = \frac{1}{2} \angle BOQ$

したがって、 $\angle APQ - \angle BPQ = \frac{1}{2} (\angle AOQ - \angle BOQ)$

よって、 $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$



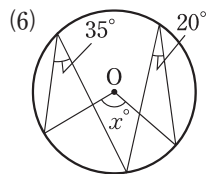
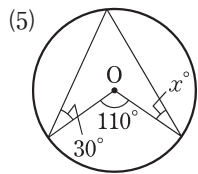
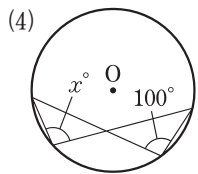
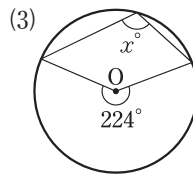
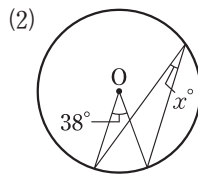
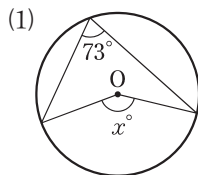
移行教材  
P.16

【Q2】 これまで調べたことから、「1つの弧に対する円周角の大きさはすべて等しい」こともわかる。それはなぜですか。

【解答】 円周上の点Pと中心Oを結んだ直線と、直線PBの位置関係の考えられる場合が、すべて証明されているから。

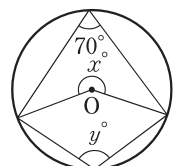
移行教材  
P.17

【Q3】 次の図で、 $x$  の値を求めなさい。



■ プラス・ワン ■

次の図で、 $x$ 、 $y$  の値を求めなさい。



**考え方** 1つの円で、1つの弧に対する円周角の大きさは、中心角の半分である。

**解答** (1)  $x=73 \times 2=146$  (2)  $x=38 \times \frac{1}{2}=19$  (3)  $x=224 \times \frac{1}{2}=112$

(4) 1つの弧に対する円周角は等しいから、 $x=100$

(5) 中心角が  $110^\circ$  の弧に対する円周角の大きさは、 $110 \times \frac{1}{2}=55$

図から、 $30+x=55$   $x=55-30=25$

(6)  $x=35 \times 2+20 \times 2=110$

**答** (1)  $x=146$  (2)  $x=19$  (3)  $x=112$  (4)  $x=100$

(5)  $x=25$  (6)  $x=110$

**プラス・ワン**  $x=360-70 \times 2=220$   $y=x \times \frac{1}{2}=220 \times \frac{1}{2}=110$

**答**  $x=220$ ,  $y=110$

### 3 弧と円周角

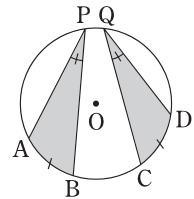
#### ここで勉強ある

#### 移行教材の要点

□ 弧と円周角

**定理** 1つの円で次のことが成り立つ。

- 〈1〉 等しい円周角に対する弧は等しい。
- 〈2〉 等しい弧に対する円周角は等しい。



移行教材  
P.18

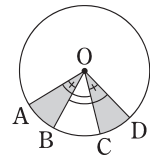
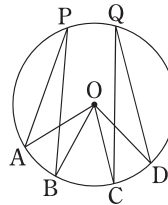
**1** 右の図で、 $\widehat{AB}$ ,  $\widehat{CD}$  と、それぞれの円周角である  $\angle APB$ ,  $\angle CQD$  の関係を調べよう。

**[1]**  $\angle APB = \angle CQD$  ならば、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$  である。

それはなぜですか。

**[2]**  $\widehat{AB} = \widehat{CD}$  ならば、 $\angle APB = \angle CQD$  である。

それはなぜですか。



$\widehat{AB}$  と  $\widehat{CD}$  の長さが等しいことを、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$  と表します。

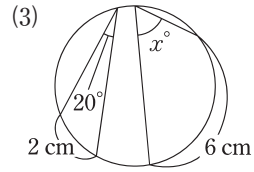
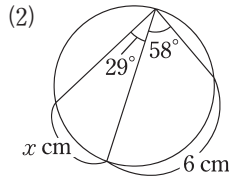
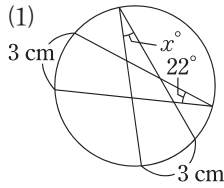
**解答** **[1]**  $\angle APB = \angle CQD = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \angle COD$  より、中心角の大きさが等しい

ので、弧の長さも等しい。すなわち、 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

**[2]**  $\widehat{AB} = \widehat{CD}$  より、中心角の大きさが等しい。すなわち、 $\angle AOB = \angle COD$  で、円周角の大きさは中心角の大きさの半分だから、 $\angle APB = \angle CQD$

移行教材  
P.18

Q1 次の図で、 $x$  の値を求めなさい。



考え方 円周角と弧の長さが比例していることを利用する。

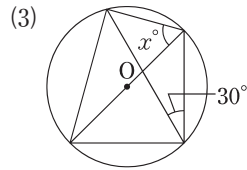
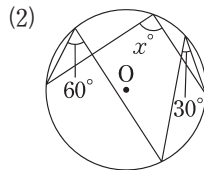
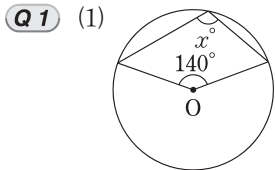
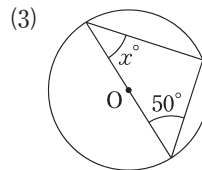
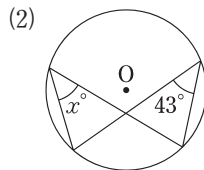
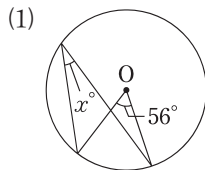
- (1) 弧の長さが等しいので、円周角も等しい。  
 (2)  $x : 6 = 29 : 58$  より、 $x = 3$   
 (3)  $2 : 6 = 20 : x$  より、 $x = 60$

解答 (1)  $x = 22$  (2)  $x = 3$  (3)  $x = 60$

## 円周角の定理の練習問題

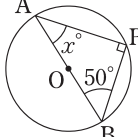
移行教材  
P.19

1 次の図で、 $x$  の値を求めなさい。

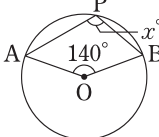


解答 1 (1) 円周角は中心角の半分だから、 $56 \div 2 = 28$  答  $x = 28$

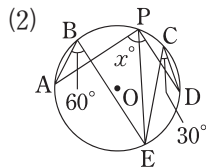
(2) 1つの弧に対する円周角は等しい。 答  $x = 43$

(3)   $\triangle APB$ は直角三角形だから、  
 $\angle APB = 90^\circ$ より、  
 $x = 180 - 90 - 50 = 40$

答  $x = 40$

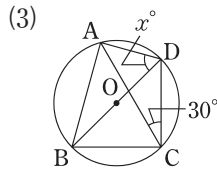
Q1 (1)   $\angle AOB = 360 - 140 = 220^\circ$   
 $x = 220 \div 2 = 110$

答  $x = 110$



$\angle ABE = \angle APE = 60^\circ$   
 $\angle EPD = \angle ECD = 30^\circ$   
 $x = \angle APE + \angle EPD = 60 + 30 = 90$

答  $x = 90$

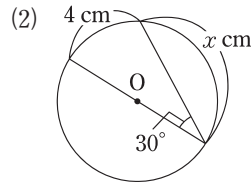
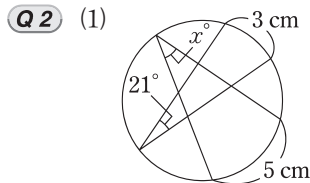
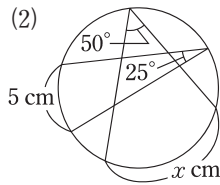
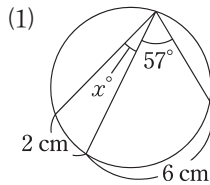


$\triangle ABD$ は直角三角形だから、  
 $\angle BAD = 90^\circ$   
 $\angle ABD = \angle ACD = 30^\circ$   
 $x = 180 - 90 - 30 = 60$

答  $x = 60$

移行教材  
P.19

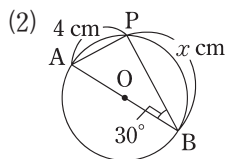
2 次の図で、 $x$ の値を求めなさい。



解答 2 (1)  $2 : 6 = x : 57$  より、 $x = 19$  答  $x = 19$

(2)  $5 : x = 25 : 50$  より、 $x = 10$  答  $x = 10$

Q2 (1)  $3 : 5 = 21 : x$  より、 $x = 35$  答  $x = 35$



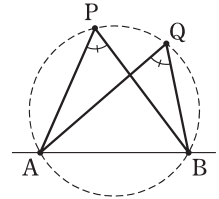
$\triangle APB$ は直角三角形だから、  
 $\angle APB = 90^\circ$   $\angle PAB = 180 - 90 - 30 = 60^\circ$   
 $30 : 60 = 4 : x$  より、 $x = 8$  答  $x = 8$

# 4 円周角の定理の逆

## ここで勉強ある 移行教材の要点

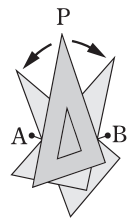
□円周角の定理の逆

2点P, Qが直線ABの同じ側にあつて,  
 $\angle AQB = \angle APB$   
 ならば, 4点A, B, P, Qは1つの円周上にある。



移行教材  
P.20

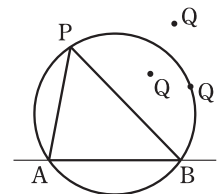
✍ 三角定規を2本のピンに当てながら動かすと, 頂点Pはどのような線上を動くだろうか。



【解答】 頂点Pは, 頂点Pと点A, Bを通る円の周上を通る。

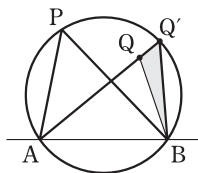
移行教材  
P.20

1 円周上に3点A, B, Pがある。右の図のように直線ABについて点Pと同じ側に点Qをとるとき,  $\angle AQB$ と $\angle APB$ の大きさを比べよう。



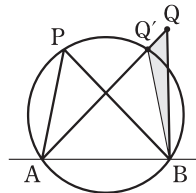
- 1 点Qが円周上にあるときはどうなりますか。
- 2 点Qが円周上にないときはどんなことがいえますか。次の図を使って調べなさい。

点Qが円の内部にある場合



$\angle AQB$    $\angle APB$

点Qが円の外部にある場合



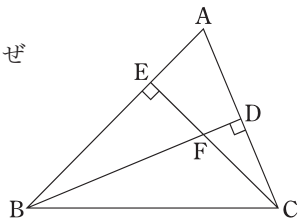
$\angle AQB$    $\angle APB$

【解答】 1  $\angle AQB = \angle APB$

- 2 実際に調べてみると, 左の図:  $\angle AQB > \angle APB$   
 右の図:  $\angle AQB < \angle APB$

移行教材  
P.21

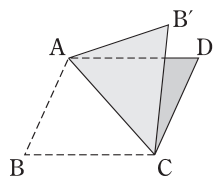
- 2** 次の図で、 $\triangle ABC$  の頂点  $B, C$  から辺  $AC, AB$  にひいた垂線  $BD$  と  $CE$  との交点を  $F$  とする。この図のなかの図形について調べよう。
- 1** 4点  $B, C, D, E$  は、1つの円周上にある。それはなぜですか。
  - 2** **1**の4点を通る円の中心  $O$  はどこにありますか。
  - 3** 右の図に円  $O$  を作図しなさい。
  - 4**  $\angle EBD$  と等しい角をいいなさい。



- 解答**
- 1**  $\angle BEC = \angle BDC$  より、円周角の定理の逆が成り立つから。
  - 2** 直径が  $BC$  だから、線分  $BC$  の中点が中心  $O$  になる。
  - 3** 省略 (線分  $BC$  の垂直二等分線をひいて、線分  $BC$  と交わった点)
  - 4**  $\angle ECD$

移行教材  
P.21

- Q1**  $\square ABCD$  を対角線  $AC$  で折って、点  $B$  の移った点を  $B'$  とする。4点  $A, C, D, B'$  は1つの円周上にあることを説明しなさい。



- 解答** 平行四辺形  $ABCD$  の対角だから、 $\angle B = \angle D$   
 $\angle B' = \angle B$  だから、 $\angle B' = \angle D$   
 2点  $B', D$  が直線  $AC$  の同じ側にあって、 $\angle B' = \angle D$  だから、  
 4点  $A, C, D, B'$  は1つの円周上にある。

## 5 円の性質の利用

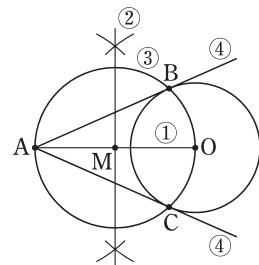
ここで勉強する

## 移行教材の要点

○円に接線をひく方法

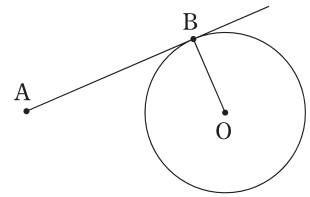
次の手順にしたがって作図する。

- 1** 2点  $A, O$  を結ぶ。
- 2** 線分  $AO$  の垂直二等分線をひき、 $AO$  の中点  $M$  を求める。
- 3**  $M$  を中心とする半径  $MA$  の円をかき、円  $O$  との交点をそれぞれ  $B, C$  とする。
- 4**  $A$  と  $B, A$  と  $C$  を結ぶ。



移行教材  
P.22

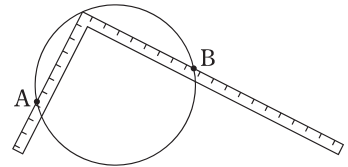
- 1** 円Oの外部の点Aから、円Oに接線 AB をひく作図の方法を考えよう。
- [1]** 点Aから円Oに接線 AB がひけたとすると、 $\angle ABO$  は何度ですか。また、このことから、3点 A, B, O を通る円の中心はどこにあるといえますか。
- [2]** 省略
- Q1** 省略



**解答** **[1]**  $90^\circ$ , 線分 AO の中点

移行教材  
P.23

- 2** 大工道具の1つにさしがねがある。さしがねは、直角に曲がったL字型のものさしである。このさしがねを使って、作図をせずに、円の中心を求める方法を調べよう。
- [1]** 右の図のように、丸太の断面にさしがねをあてると、ABはこの丸太の直径になる。それはなぜですか。
- [2]** Mさんは、もう1回**[1]**と同じ作業をすれば、丸太の中心を求めることができると考えた。Mさんはどのように考えたのですか。
- Q2** 省略

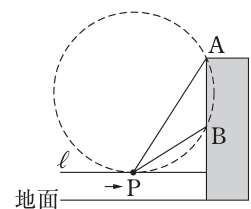


**解答** **[1]** 円周角の定理の逆より、直角三角形ができるとき、直角三角形の斜辺が円の直径になるから。

**[2]** 2本の直径の交点が円の中心になると考えた。

移行教材  
P.23

- ♡ 長く見える位置はどこ？
- 校舎の屋上から垂れ幕たまくが下がっています。Kさんは、垂れ幕の見かけ上の長さが立つ位置によって異なることに気づき、もっとも長く見えるのは、右の図で $\angle APB$ が最大となるPの位置であると考えました。Pの位置で $\angle APB$ が最大になるのはなぜでしょうか。



**解答** 目の位置を直線  $l$  上にとり、それを点Pとして、点A, B, Pを通る円をかく。このとき、点Pを前後に動かした点をP'とすると、 $\angle AP'B$ は円の外側になるので、 $\angle APB$ より小さくなる。よって、図の点Pの位置で $\angle APB$ は最大になる。

# 相似な図形の面積と体積

移行教材  
P.24



アの三角形を4枚使うと、辺の長さが2倍の相似な三角形ができる。辺の長さが3倍の相似な三角形を作るのに、アの三角形を何枚使えばよいだろうか。



【解答】 9枚

## 1 相似な図形の面積

### ここで勉強ある 移行教材の要点

□相似な図形の面積の比 | 相似比が  $m:n$  である2つの図形の面積の比は、 $m^2:n^2$  である。

移行教材  
P.24

【1】 相似比が  $1:k$  である2つの三角形アとイの面積  $S, S'$  の比について調べよう。

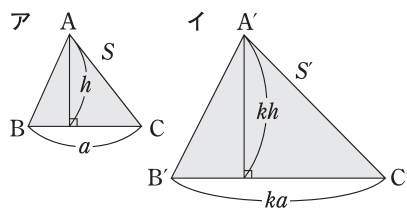
【1】 三角形アの底辺を  $a$ 、高さを  $h$  とすると、三角形イの底辺は  $ka$ 、高さは  $kh$  であるから、

$$S' = \frac{1}{2} \times ka \times \square$$

$$= \square \times \frac{1}{2} ah$$

したがって、 $S' = \square \times S$

つまり、 $S:S' = 1:\square$



【解答】  $kh, k^2, k^2, k^2$

移行教材  
P.24

【Q1】 相似比が  $1:4$  である2つの三角形の面積の比を求めなさい。

【考え方】 相似比が  $1:4$  だから、面積の比は  $1^2:4^2=1:16$

【解答】  $1:16$

移行教材  
P.25

**Q2** 相似比が  $1:k$  である 2 つの五角形  $A$  と  $A'$  の面積  $S, S'$  の比について調べよう。

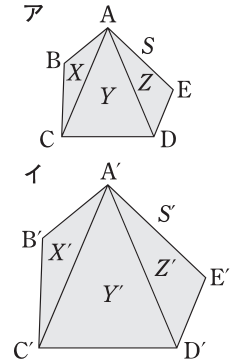
**1** 右の図のように、2 つの五角形をそれぞれ 3 つの三角形に分け、各三角形の面積を  $X, Y, Z$  および  $X', Y', Z'$  とする。このとき、対応する三角形はそれぞれ相似で、相似比はすべて  $1:k$  である。

**1** から、 $X' = k^2 X, Y' = \square, Z' = \square$

であるから、

$$\begin{aligned} X' + Y' + Z' &= k^2 X + \square + \square \\ &= \square \times (X + Y + Z) \end{aligned}$$

したがって、 $S' = \square \times S$  つまり、 $S : S' = 1 : \square$



**解答**  $k^2 Y, k^2 Z, k^2 Y, k^2 Z, k^2, k^2$

移行教材  
P.25

**Q2** 相似比が  $1:4$  である 2 つの六角形の面積の比を求めなさい。

**考え方** 相似比が  $1:4$  だから、面積の比は  $1^2:4^2=1:16$

**解答**  $1:16$

移行教材  
P.25

**Q3** 相似比が  $1:3$  である 2 つの円の面積の比を求めなさい。

**考え方** 相似比が  $1:3$  だから、面積の比は  $1^2:3^2=1:9$

**解答**  $1:9$

移行教材  
P.25

**Q4** 相似比が  $2:3$  である 2 つの三角形の面積の比を求めなさい。

**考え方** 相似比が  $2:3$  だから、面積の比は  $2^2:3^2=4:9$

**解答**  $4:9$

移行教材  
P.25

**Q5**  $\triangle ABC$  の  $\triangle DEF$  で、 $AB=6\text{ cm}, DE=10\text{ cm}$  である。

次の(1), (2)に答えなさい。

(1)  $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  の相似比と面積の比を求めなさい。

(2)  $\triangle ABC$  の面積が  $72\text{ cm}^2$  であるとき、 $\triangle DEF$  の面積を求めなさい。

**考え方** (1) 相似比は、対応する辺の比から  $6:10=3:5$

面積の比は  $3^2:5^2=9:25$

(2)  $\triangle ABC : \triangle DEF = 9 : 25 = 72 : x$  より、 $x = 25 \times 72 \div 9 = 200$

**解答** (1) 相似比  $3:5$ , 面積の比  $9:25$  (2)  $200\text{ cm}^2$

## 2 相似な立体の表面積と体積

### ここで勉強ある 移行教材の要点

## □ 立体の相似

立体についても、平面図形の場合と同じように、相似な図形を考えることができる。

右の図の立体イは、立体アを1点Oを定めて $k$ 倍に拡大したものである。こ

のように、1つの立体を一定の割合で拡大または縮小した立体は、もとの立体と相似である。

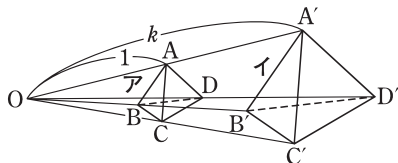
また、上の図の立体アとイの相似比は $1:k$ であるという。

相似な立体では、対応する線分の比はすべて相似比に等しい。

## □ 相似な立体の表面積の比と体積の比

相似な立体で、相似比が $m:n$ であるとき、

表面積の比は $m^2:n^2$ で、体積の比は $m^3:n^3$ である。


**移行教材**  
P.26

**Q1** 移行教材 26 ページの図で、アとイの相似比が $1:3$ であるとする。アの辺 AB に対応するイの辺をいいなさい。また、 $AB=5\text{ cm}$  であるとき、その長さを求めなさい。

**考え方** 相似比が $1:3$ だから、対応する辺の長さも $1:3$ になる。

**解答** 辺 AB … 辺 A'B'    A'B' の長さ … 15 cm

**移行教材**  
P.26

**1** 移行教材 26 ページの図の立体アとイで、相似な立体の表面積の比について調べよう。

**1** 立体アとイで、対応する面、たとえば  $\triangle ABC$  と  $\triangle A'B'C'$  の間にはどんな関係がありますか。また、面積の比はどうなりますか。

**2** 立体アとイの表面積の比は $1:k^2$ であるといってよいですか。

**解答** **1**  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$     相似比が $1:k$ だから、面積の比は $1:k^2$

**2** 4つの面の面積を合計したものどうしの比も $1:k^2$ になるので、 $1:k^2$ といえる。

**移行教材**  
P.26

**Q2** 相似比が $1:4$ である2つの直方体の表面積の比を求めなさい。また、相似比が $2:3$ である2つの直方体の表面積の比を求めなさい。

**解答**  $1:4 \dots 1:16$      $2:3 \dots 4:9$

移行教材  
P.27

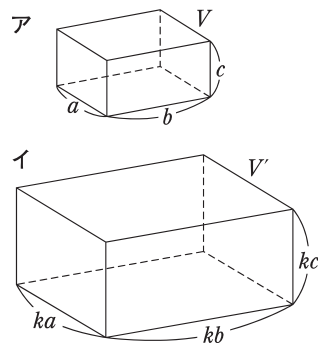
**Q2** 相似比が  $1:k$  である2つの直方体アとイの体積  $V, V'$  の比について調べよう。

**1** 直方体アの縦を  $a$ , 横を  $b$ , 高さを  $c$  とすると, 直方体イの縦は  $ka$ , 横は  $kb$ , 高さは  $kc$  であるから,

$$V' = ka \times \square \times \square \\ = \square \times abc$$

したがって,  $V' = \square \times V$

つまり,  $V : V' = 1 : \square$



**解答**  $kb, kc, k^3, k^3, k^3$

移行教材  
P.27

**Q3** 相似比が  $1:2$  である2つの円柱の体積の比を求めなさい。また, 相似比が  $2:3$  である2つの円柱の体積の比を求めなさい。

**解答**  $1:2 \cdots 1:8 \quad 2:3 \cdots 8:27$

移行教材  
P.27

**Q4** 底面の円の半径が  $8\text{ cm}$  と  $6\text{ cm}$  である相似な2つの円柱P, Qがある。次の(1), (2)に答えなさい。

- (1) 円柱PとQの表面積の比と体積の比をそれぞれ求めなさい。
- (2) 円柱Qの体積が  $540\pi\text{ cm}^3$  であるとき, 円柱Pの体積を求めなさい。

**考え方** 相似比は,  $8:6=4:3$  だから, 表面積の比  $\cdots 4^2:3^2=16:9$   
体積の比  $\cdots 4^3:3^3=64:27$

(2)  $64:27=x:540\pi \quad x=64 \times 540\pi \div 27=1280\pi$

**解答** (1) 表面積の比  $\cdots 16:9$     体積の比  $\cdots 64:27$   
(2)  $1280\pi\text{ cm}^3$

移行教材  
P.27

**Q5** 表面積の比が  $4:9$  である相似な2つの四角すいの高さの比を求めなさい。また, 体積の比を求めなさい。

**考え方** 表面積の比が  $4:9=2 \times 2:3 \times 3=2^2:3^2$  より, 相似比は  $2:3$  だから, 高さの比も  $2:3$  で, 体積の比は,  $2^3:3^3=8:27$


**解答** 高さの比  $\cdots 2:3$     体積の比  $\cdots 8:27$

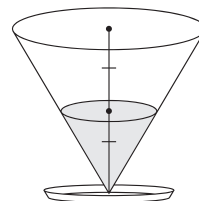
### 3 相似な立体の性質の利用

## ここで勉強ある 移行教材の要点

□相似の利用 | 相似比を使って、面積の比や体積の比を考え、実際の値を求める。

移行教材  
P.28

 右の図のような円すい状の容器にコップ1杯の水を入れたら、水の深さがちょうど半分になった。この容器にもう1杯水を入れると、満水になるだろうか。

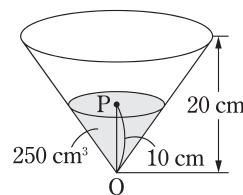


**考え方** 今入っている水の量と、円すい状の容器の体積は、相似比が1:2であることより、体積の比が $1^3:2^3=1:8$ とわかる。

**解答** | もう1杯水では満水にならない。

移行教材  
P.28

**1** 右の図のような高さが20 cmの円すい状の容器に水を $250\text{ cm}^3$ 入れたら、水の深さOPが10 cmになった。この容器を満水にするには、水をあと何 $\text{ cm}^3$ 入れればよいかを求めよう。



**1** 水の入っている部分を円すいとみると、深さが10 cmのときと満水のときの2つの円すいは、どのような関係にありますか。

**2** 体積の比の関係から、加える水の量を求めなさい。

**考え方** 相似比が1:2であることより、体積の比が $1^3:2^3=1:8$ とわかる。

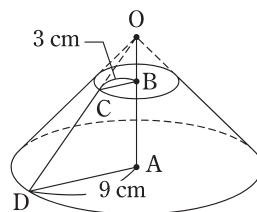
$1:8=250:x$ ,  $x=8\times 250\div 1=2000$  より、満水のとき $2000\text{ cm}^3$ の水が入るから、あと必要な水の量は $2000-250=1750(\text{ cm}^3)$

**解答** | **1** 相似の関係

**2**  $1750\text{ cm}^3$

移行教材  
P.28

**Q1** 右の図は、円すいを底面に平行な平面で切った立体を示している。  
もとの円すいの体積が  $270\pi \text{ cm}^3$  のとき、この立体の体積を求めなさい。



**考え方** 相似比が  $3:9=1:3$  であることより、体積の比が  $1^3:3^3=1:27$  とわかる。  
切り取られた円すいの体積は、 $270\pi \div 27=10\pi (\text{cm}^3)$  より、求める立体の体積は、 $270\pi - 10\pi = 260\pi (\text{cm}^3)$

**解答**  $260\pi \text{ cm}^3$

## 相似な図形の面積と体積の練習問題

移行教材  
P.29

- 1** 次の(1), (2)に答えなさい。
- (1)  $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  は相似で、相似比が  $2:3$  である。 $\triangle ABC=20 \text{ cm}^2$  のとき、 $\triangle DEF$  の面積を求めなさい。
  - (2) 相似な円柱AとBがあり、底面の半径はそれぞれ  $8 \text{ cm}$ ,  $6 \text{ cm}$  である。円柱Aの体積が  $320\pi \text{ cm}^3$  のとき、円柱Bの体積を求めなさい。
- Q1** (1)  $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  は相似で、相似比が  $3:4$  である。 $\triangle DEF=128 \text{ cm}^2$  のとき、 $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。
- (2) 相似な円すいAとBがあり、底面の半径はそれぞれ  $15 \text{ cm}$ ,  $12 \text{ cm}$  である。円すいBの体積が  $256\pi \text{ cm}^3$  のとき、円すいAの体積を求めなさい。

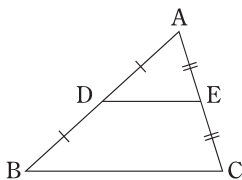
**考え方** **1** (1) 相似比が  $2:3$  だから、面積の比は  $2^2:3^2=4:9$   
 $\triangle ABC:\triangle DEF=20:x=4:9$  だから、 $x=20 \times 9 \div 4=45$   
 (2) 相似比が  $8:6=4:3$  だから、体積の比は  $4^3:3^3=64:27$   
 円柱A:円柱B= $320\pi:x=64:27$  だから、 $x=320\pi \times 27 \div 64=135\pi$

**解答** **1** (1)  $45 \text{ cm}^2$  (2)  $135\pi \text{ cm}^3$

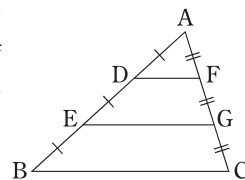
**Q1** (1)  $72 \text{ cm}^2$  (2)  $500\pi \text{ cm}^3$

移行教材  
P.29

**2** 次の図で、D、Eは、それぞれ辺 AB、AC の中点である。  
△ADE と四角形 DBCE の面積の比を求めなさい。



**Q2** 次の図で、DとE、FとGは、それぞれ辺 AB、AC を3等分する点である。  
△AEG と四角形 EBCG の面積の比を求めなさい。



**考え方** **2** △ADE と △ABC の相似比が 1 : 2 だから、面積の比は  $1^2 : 2^2 = 1 : 4$  によって、求める △ABC と四角形 DBCE の面積の比は  $1 : (4 - 1) = 1 : 3$

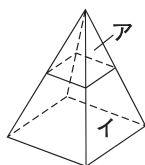
**Q2** △AEG と △ABC の相似比が 2 : 3 だから、面積の比は  $2^2 : 3^2 = 4 : 9$  によって、求める △AEG と四角形 EBCG の面積の比は  $4 : (9 - 4) = 4 : 5$

**解答** **2** 1 : 3

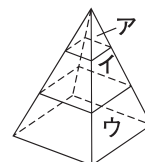
**Q2** 4 : 5

移行教材  
P.29

**3** 次の図のように、正四角すいを底面に平行で高さを2等分する平面で切り、2つの部分をそれぞれア、イとする。  
イの体積が  $42 \text{ cm}^3$  のとき、もとの正四角すいの体積を求めなさい。



**Q3** 次の図のように、正四角すいを底面に平行で高さを3等分する平面で切り、3つの部分をそれぞれア、イ、ウとする。  
ウの体積が  $38 \text{ cm}^3$  のとき、もとの正四角すいの体積を求めなさい。



**考え方** **3** アの正四角すいと、もとの正四角すいは相似で、その相似比は 1 : 2 だから、体積の比は  $1^3 : 2^3 = 1 : 8$  になる。

もとの正四角すいの体積 : イの体積 =  $8 : (8 - 1) = x : 42$  より、 $x = 48$

**Q3** アとイをあわせた正四角すいと、もとの正四角すいは相似で、その相似比は 2 : 3 だから、体積の比は  $2^3 : 3^3 = 8 : 27$  になる。もとの正四角すいの体積 : ウの体積 =  $27 : (27 - 8) = x : 38$  より、 $x = 54$

**解答** **3**  $48 \text{ cm}^3$

**Q3**  $54 \text{ cm}^3$

# 数学の森

## 相似な図形

移行教材  
P.30

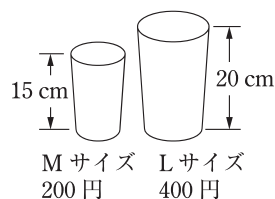
★小人の国の人とガリヴァーの体が相似であり、体の体積に応じた食料を食べると考えたとき、小人の国の人とガリヴァーとの相似比を考えてみましょう。

**考え方** 体積の比が  $1 : 1728 = 1 \times 1 \times 1 : 12 \times 12 \times 12 = 1^3 : 12^3$  と考えられるので、相似比は  $1 : 12$

**解答**  $1 : 12$

移行教材  
P.30

★右の図で、2つの容器を相似な立体と考えて、高さの比から、体積の比を求めてみましょう。また、価格の比を求め、どちらのサイズが割安であるか考えてみましょう。



**考え方** 高さの比から相似比は  $15 : 20 = 3 : 4$  だから、体積の比は  $3^3 : 4^3 = 27 : 64$  になる。MサイズとLサイズでは、価格が  $400 \div 200 = 2$  (倍) だが、Mサイズ2つでは量が  $27 \times 2 = 54$  にしかならないので、Lサイズのほうが割安になる。

**解答** 体積の比…  $27 : 64$  割安… Lサイズ

# 標本調査

## 1 節

## 標本調査

移行教材  
P.32



A市とB市では、市内の中学校で、睡眠時間が6時間未満である生徒の割合を調査することにした。どのような調査が考えられるだろうか。

【解答】 全員の調査をする。 A市とB市の一部の学校の生徒の調査をする。 A市とB市のすべての学校の調査はするが、対象の生徒は一部にする。

## 1 調査のしかた

### ここで勉強する

### 移行教材の要点

- 全数調査 集団のもっている性質を調べるために、その集団をつくっているもの全部について行う調査を全数調査という。
- 標本調査 集団の一部について調べて、その結果からもとの集団の性質を推定する調査を標本調査という。
- 母集団と標本 標本調査の場合、調査の対象となるもとの集団を母集団といい、調査のために母集団から取り出された一部分を標本という。
- 標本の取り出し方 標本調査の目的は、標本を手がかりにして母集団のもつ性質を知ることである。だから、母集団から標本を取り出すときには、その母集団の性質がよく現れるように、標本をかたよりがなく公平に取り出すくふうをする。このように標本を取り出すことを無作為に取り出すという。  
標本を無作為に取り出すのに、乱数さい、乱数表、コンピュータなどが使われることがある。

移行教材  
P.32

- 1 次のア～ウは、どのような調査をしているか考えよう。
- ア 中学校における生徒の健康診断
  - イ ジュースをつくる工場で、びん入りジュースの栄養成分が表示どおりかどうかの検査
  - ウ ある政党に対する国民の支持率の調査
- 1 全部を調べるのは、ア～ウのうち、どれですか。
  - 2 全部を調べずに、その一部分だけ調べているのは、ア～ウのうち、どれですか。
  - 3 2で、全部を調べていない理由をそれぞれ説明しなさい。

- 【解答】 ⑴ ア ⑵ イ, ウ  
 ⑶ イ...工場で作られるものはもともと同じだから,びんにつめられた一部だけを  
 確認すればよい。  
 ウ...国民全員を調べるには母数が大きすぎるから。

移行教材  
P.32

【Q1】 ⑴のア~ウは,全数調査,標本調査のうち,どちらですか。それぞれ答えなさい。

- 【解答】 ア...全数調査 イ...標本調査 ウ...標本調査

移行教材  
P.32

【Q2】 次の調査は,全数調査,標本調査のうち,どちらですか。それぞれ答えなさい。  
 (1) 国勢調査 (2) テレビの視聴率調査

- 【解答】 (1) 全数調査 (2) 標本調査

移行教材  
P.33

【Q2】 38人の生徒の中から,5人の生徒を選んで標本調査をしたい。その標本の取り出し方について考えよう。  
 ⑴ 標本を取り出すには,どのようなことに気をつけなくてはならないですか。  
 ⑵ 標本を取り出すには,どのような方法が考えられますか。いろいろあげなさい。

- 【解答】 ⑴ 調べる内容について,生徒にかたよりにしないようにする。  
 ⑵ ① 38枚の同じカードに出席番号を1から38まで書き込み,それをよくき  
 きて,その中から5枚抜き出す。  
 ② 38本のくじをつくり,そのうち5本に当たりの印をつけて,38人の  
 生徒が順にくじを引く。

移行教材  
P.33

【Q3】 省略

## 2 母集団の平均値の推定

ここで勉強ある

移行教材の要点

□ 標本平均

母集団から取り出した標本の平均値を<sup>ひょうほんへいきん</sup>標本平均という。母集団の平均値は,  
 標本平均から推定することができる。

移行教材  
P.34

- ✍ 移行教材 34 ページの資料は、ある中学校の 3 年女子 50 人が行ったハンドボール投げの記録である。AさんとBさんは、この資料から次のように 5 人分を選んで平均値を求め、母集団の平均値を推定しようとしている。
- Aさん ソフトボール部の 5 人分を取り出す。  
Bさん 無作為に 5 人分を取り出す。
- 1] AさんとBさんの取り出し方は、適切であるといえるだろうか。
  - 2] 母集団の平均値をより正確に推定するには、どうすればよいだろうか。

- 【解答】 1] ボール投げをふだんからしていることを考えると、Aさんの考え方は適切ではない。その点、Bさんはすべての人を対象にしているのが、かたよりが無いといえて、適切である。
- 2] 5 人を取り出して、平均を求める作業を数回くり返して、母集団の平均との差とより差がないようにする。

移行教材  
P.34 ~ 35

- 1] ✍で、50 人の記録の平均値を標本調査によって推定する方法を考えよう。  
Bさんは、次の手順で推定しようとした。

- ① 50 人の記録すべてに番号をつける。
- ② 5 人を無作為に選び、その標本の平均値を求める。

番号	記録 (m)	番号	記録 (m)	番号	記録 (m)	番号	記録 (m)	番号	記録 (m)
1	12.3	11	15.4	21	18.9	31	20.0	41	12.8
2	12.4	12	14.9	22	19.2	32	17.4	42	10.1
3	9.3	13	14.4	23	9.7	33	16.8	43	12.9
4	18.1	14	13.9	24	11.1	34	9.9	44	10.8
5	19.0	15	15.6	25	11.0	35	15.1	45	18.9
6	12.3	16	16.7	26	13.2	36	17.3	46	14.9
7	11.2	17	13.2	27	20.0	37	15.3	47	13.8
8	13.4	18	14.7	28	6.9	38	14.7	48	13.1
9	17.1	19	15.3	29	10.9	39	14.6	49	8.8
10	19.5	20	15.2	30	16.1	40	11.4	50	16.9

- 1] Bさんの手順で標本を取り出し、標本の平均値を求めなさい。
- 2] Cさんは、手順②で、もっと標本の数を多くした方がよいと考え 10 人を選ぶことにした。Cさんの考えで標本を取り出し、標本の平均値を求めなさい。
- 3] 母集団の平均値を実際に求めなさい。
- 4] 下の表は、5 個の標本の平均値と 10 個の標本の平均値を求める実験をそれぞれ 4 回くり返した結果である。母集団の平均値と比べて気がついたことをいいなさい。

	5 個の標本の平均値 (m)	10 個の標本の平均値 (m)
1 回目	13.0	14.1
2 回目	13.0	15.1
3 回目	17.6	14.2
4 回目	15.5	14.7

**考え方** 平均は、その数の和を個数でわれば求まる。

[1] 例1  $(12.3+14.9+9.7+9.9+18.9) \div 5 = 13.14$

例2  $(19.5+15.3+6.9+15.3+14.9) \div 5 = 14.38$

[2] 例1  $(12.4+14.4+11.1+15.1+14.9+17.1+14.7+20.0+17.3+18.9) \div 10 = 15.59$

例2  $(12.8+17.4+9.7+13.9+19.0+12.3+13.2+6.9+14.6+16.9) \div 10 = 13.67$

[3]  $(12.3+12.4+9.3+18.1+19.0+12.3+11.2+13.4+17.1+19.5+15.4+14.9+14.4$   
 $+13.9+15.6+16.7+13.2+14.7+15.3+15.2+18.9+19.2+9.7+11.1+11.0+13.2$   
 $+20.0+6.9+10.9+16.1+20.0+17.4+16.8+9.9+15.1+17.3+15.3+14.7+14.6+11.4$   
 $+12.8+10.1+12.9+10.8+18.9+14.9+13.8+13.1+8.8+16.9) \div 50 = 14.328$

**解答** [1] 省略 [2] 省略 [3] およそ 14.3

[4] 標本の数が多いほど母集団の平均値に近づいていく。また、母集団の平均値との差も小さくなっている。

移行教材  
P.35

**Q1** ①で標本の大きさを 20 として、標本平均を求め、母集団の平均値と比べなさい。

**考え方** 例1  $(8.8+14.7+20.0+16.7+19.0+18.1+15.4+13.2+15.3+13.1+10.1+16.8$   
 $+11.1+15.6+12.3+9.3+13.9+11.0+17.3+13.8) \div 20 = 14.275$

例2  $(18.9+19.2+9.7+13.9+15.6+16.7+11.2+13.4+17.1+15.2+15.4+20.0+17.4$   
 $+14.7+14.6+11.4+14.9+13.8+13.1+16.1) \div 20 = 15.115$

**解答** 標本の選び方によって、母集団の平均値に近づくこともある。

### 3 母集団の数量の推定

ここで勉強する

移行教材の要点

□ 母集団の数量  
の推定

母集団の数量を推定するには、標本調査で得られた数量の割合を、母集団の数量の割合と考えればよい。

移行教材  
P.36

養魚場の池にいるニジマスの数を推定するのに、何匹か捕まえて、印をつけてまた池にもどした。このあとどのようにすれば数を推定することができるだろうか。

**解答** もう一度、何匹か捕まえて、その中にある印をつけたニジマスの数の割合を調べる。その割合を使って、最初に捕まえた印の数から、ニジマスの数を推定する。

移行教材  
P.36

**1** Aさんは、自分の食べるお茶碗<sup>ちやわん</sup>1杯分のご飯の米粒<sup>こめつぶ</sup>がどれくらいあるかを調べようとしている。移行教材 36 ページの写真の容器に入った米粒の数を、全部数えることなく推定する方法を考えよう。次の**1**、**2**は、Aさんの行った実験とその結果である。

- 1** 容器の中から、一部の米粒を取り出したら 130 粒あり、その全部に目印をつけて容器にもどした。
- 2** 容器の中をよくかき混ぜて、米粒を一部取り出したら 92 粒あり、この中に目印をつけた米粒が 4 粒混じっていた。

上の結果から、Aさんは次のように推定した。

容器の中の米粒の数を  $x$  とすると、

$$4 : 92 = 130 : x \quad \cdots \cdots \text{①}$$

これを解くと、 $x = 2990$

だから、およそ 3000 粒と推定する。

- 1** Aさんはどのように考えて、①の式をつくりましたか。
- 2** Aさんが、この容器の中にある米粒の数をちょうど 2990 粒としなかったのはなぜですか。

- 解答** **1** 容器の中の米粒の中に目印をつけた米粒がどの割合で含まれているかを考えた。
- 2** あくまでも推定した数なので、およその数で表すのが適当であるから。

移行教材  
P.37

**Q1** **1**で、取り出した米粒をもとにもどして容器の中をかき混ぜ、再び米粒を一部取り出したところ、116 粒のうち目印のついた米粒が 5 粒混じっていた。この実験から、容器の中にある米粒の数を推定しなさい。

**考え方**  $5 : 116 = 130 : x$  より、 $x = 3016$

**解答** およそ 3000 粒

移行教材  
P.37

**Q2** ある川を遡上<sup>そじょう</sup>してきた天然アユの数を推定するのに、潮止堰<sup>しおどめせき</sup>の下で捕獲<sup>ほかく</sup>した 863 尾のアユに目印をつけて放流した。放流 2 日後に同じ潮止堰の下で 195 尾を捕獲したら、目印のついたアユが 20 尾いた。潮止堰の下にいる天然アユの数を推定し、百の位までの概数<sup>がいすう</sup>で答えなさい。

**考え方**  $20 : 195 = 863 : x$  より、 $x = 8414.25$

**解答** およそ 8400 匹

移行教材  
P.37

**Q3** 袋の中に白いビーズと赤いビーズが入っている。よくかき混ぜてから、ひとつかみ取り出して白と赤の個数を調べたところ、白いビーズは 72 個、赤いビーズは 9 個であった。このとき、全体に対する白いビーズの割合を推定しなさい。

**考え方**  $72 \div (72 + 9) = 0.888 \cdots$


**解答** およそ 0.89

## 4 標本調査の利用

### ここで勉強ある 移行教材の要点

- 全体の推定のしかた
- ① 調べることの定義をはっきりさせる。
  - ② 標本をかたよりなく取り出して、その状況を調べる。
  - ③ 全体を推定する。

移行教材  
P.38

-  国語辞典にはどのくらいの見出し語けいさいが掲載されているのだろうか。それを調べるにはどうしたらよいただろうか。

【解答】 ページまたは見開きのページに掲載されている見出し語の語数を調べて、これがページに掲載されている語数として全体の語数を推定する。なお、その際に見出し語の定義をきちんと決める必要がある。

移行教材  
P.38~39

- 1 2** 省略

## 章の問題

移行教材  
P.40

- 1** 次の調査は、全数調査と標本調査のどちらが適していますか。
- (1) 販売する種ほんばいの発芽率検査
  - (2) 新聞社が実施する世論調査じっし
  - (3) ある授業の宿題じゅうぎょうの提出状況調査

【解答】 (1) 標本調査 (2) 標本調査 (3) 全数調査

移行教材  
P.40

- 2** A市は、中学3年生が全部で1500人いる。その生徒たちの1日の勉強時間がどれくらいかを調べるために、無作為に100人の生徒を選び、勉強時間の平均値を推定しようとしている。
- (1) 母集団をいいなさい。
  - (2) 標本とその大きさをいいなさい。

【解答】 (1) A市における中学3年生  
(2) 標本は無作為に選び出した生徒で、その大きさは100

移行教材  
P.40

- 3** うんしゅう温州みかんをさいばい栽培しているある農家で、40個のみかんをしゅうかく収穫した。移行教材 40 ページの表は、収穫したみかんの重さを調べたものである。  
この中から5つ選んで標本をつくるのに、乱数さいを2つ使って乱数をつくったところ、順に次のようになった。  
02, 51, 43, 29, 77, 30, 98, 36, 25, 19, ……  
(1) 上の乱数を利用して、移行教材 40 ページの表から5つの標本を選びなさい。  
(2) (1)で取り出した標本の標本平均を求めなさい。

- 考え方** (1) 40番までしか資料はないので、乱数のうち、40より大きい数は消して考える。標本の大きさは5だから、2番, 29番, 30番, 36番, 25番の資料を選ぶ。  
(2)  $(85 + 84 + 93 + 100 + 84) \div 5 = 89.2$

- 解答** (1) 85 g, 84 g, 93 g, 100 g, 84 g  
(2) 89.2 g

移行教材  
P.41

- 4** ある地域でカモシカの生息数を推定するのに、いろいろな場所で30頭のカモシカをほかく捕獲し、その全部に目印をつけてもどした。1か月後に再び同じ場所で30頭のカモシカを捕獲したら、目印のついたカモシカが8頭いた。この地域のカモシカの数を推定しなさい。

- 考え方**  $8 : 30 = 30 : x$  より、 $x = 112.5$

- 解答** およそ 110 頭

移行教材  
P.41

- 5** 東北地方のある地域でニホンザリガニとアメリカザリガニの生息状況を調べるために、しか仕掛けを作って捕獲したら、ニホンザリガニの個体数は24、アメリカザリガニの個体数は133であった。この地域の、全体に対するニホンザリガニの割合を推定しなさい。

- 考え方**  $24 \div (24 + 133) = 0.152 \dots$

- 解答** およそ 0.15

移行教材  
P.41

- 6** 同じ大きさの青玉と赤玉が1000個入っているちゅうせんき抽選器から、無作為に38個取り出したら、青玉が3個あった。この抽選器に入っている青玉の数を推定する方法を説明しなさい。

- 考え方**  $x : 1000 = 3 : 38$  より、 $x = 78.9 \dots$

- 解答** およそ 80 個