

完全攻略

3年間の総仕上げ 移行措置資料

「新学習指導要領」の移行措置について

●移行措置とは？

学校の勉強は、文部科学省が定めた「学習指導要領」を基準に行われていますが、これが2012年度から新しい内容になります。現在の「学習指導要領」から「新学習指導要領」に移行するに当たって、学校で行われる授業では、2009年度から3年間に、現在の教科書と補助教材を使いながら、徐々に新学習指導要領の内容を取り入れていきます。これが移行措置です。

●移行措置の内容

移行措置には現在の教科書に対して追加されるものと削除されるものがあります。この冊子では、追加される項目について、解説・まとめ・問題を掲載しました。学校で、移行措置の内容を学習するときに、お役立てください。

●移行措置の実施年度

学 年	2009年度		2010年度		2011年度		2012年度
	移行措置		移行措置		移行措置		新課程
	追加	削除	追加	削除	追加	削除	
中学1年	○	×	○	×	○	×	新教科書配布
中学2年	×	○	×	○	×	○	
中学3年	—	—	○	×	○	×	

○は追加や削除がある場合、×は追加や削除がない場合を示しています。

も く じ

1	数と式(1)	2
2	数と式(2), 関数	3
3	図形(移動, 球, 投影図)	4
4	資料の活用	6
	実戦テスト(1年範囲)	8
5	数と式(有理数・無理数, 解の公式)	9
6	図形(円, 相似比)	10
7	関数, 標本調査	12
	実戦テスト(3年範囲)	13
	解答と解説	14

注 2010年春、2011年春に受験する人は、この単元を学習する必要はありません。

要点のまとめ

●四則計算の可能性

自然数の範囲→加法と乗法はいつでもできるが、減法と除法はいつでもできるとは限らない。

整数の範囲→加法、減法、乗法はいつでもできるが、除法はいつでもできるとは限らない。

例 □が2、○が6のとき、

$$\square + \circ \rightarrow 2 + 6 = 8 \text{ (自然数)}$$

$$\square - \circ \rightarrow 2 - 6 = -4 \text{ (自然数ではない)}$$

$$\square \times \circ \rightarrow 2 \times 6 = 12 \text{ (自然数)}$$

$$\square \div \circ \rightarrow 2 \div 6 = \frac{1}{3} \text{ (自然数ではない)}$$

●集合

集合…その集まりの中に入るものと入らない

ものがはっきりしている集まり。

例 自然数全体の集まり → 自然数の集合

●不等式

不等式…不等号「>」「<」などを使って数量の間の大小関係を表した式。

例 x を3倍して2ひいた数は5より小さい

$$\leftrightarrow 3x - 2 < 5$$

重

要 a が b より大きい $\leftrightarrow a > b, b < a$

a が b より小さい $\leftrightarrow a < b, b > a$

a が b 以上 $\leftrightarrow a \geq b, b \leq a$

a が b 以下 $\leftrightarrow a \leq b, b \geq a$

a が b 未満 $\leftrightarrow a < b, b > a$

※以上や以下はその大きさが含まれる。

基本問題

解答 p.14

- 1 〈不等式①〉 1本220円のばらと1本90円のカーネーションを合わせて12本買い、その代金を2000円以下にしたい。消費税は考えないこととし、ばらの買った本数を x 本として、式で表しなさい。

(長崎・改)

$$\left(\quad \right)$$

- 2 〈不等式②〉 次の問いに答えなさい。

- (1) ある整数 x に6を加えた数は、20より大きく、また、60から x の3倍をひいた数は、10より大きい。このことを2つの不等式で表しなさい。

(青森・改)

$$\left(\quad \right), \left(\quad \right)$$

- (2) ある予定した金額で、 x 人の生徒に1本ずつボールペンを買いたい。1本310円のものを与えると1000円不足する。1本220円のものを与えると、少しお金が残るが、もう1本余分には買えない。このことを2つの不等式で表しなさい。

(兵庫・改)

$$\left(\quad \right), \left(\quad \right)$$

正答数

3問中



1 注意

以下・未満

$$a \leq b$$

… a は b 以下

(b も含む)

$$a < b$$

… a は b 未満

a は b より小さい

(b は含まない)

2

まず、求めたい数を x で表そう。

注 2010年春, 2011年春に受験する人は, この単元を学習する必要はありません。

★「比の性質」については本冊 76 ページも参照のこと。

要点のまとめ

● 比例式と比の値

重要 $a : b$ の比の値 $\dots \frac{a}{b}$ (a を b でわった商)

$$a : b = c : d \rightarrow ad = bc$$

(外項の積と内項の積は等しい)

例 $2 : 7 = 4 : 14$ $18 : 16$ の比の値 $\dots \frac{9}{8}$

$$7 : 2 = x : 4 \rightarrow \frac{7}{2} = \frac{x}{4} \rightarrow 7 \times 4 = 2 \times x$$

または, 左記を利用して, $7 \times 4 = 2 \times x$

● かんすう関数

ともなって変わる2つの変数 x, y があって, x の値を決めるとそれに対応して y の値がただ1つ決まるとき, y は x の関数であるという。

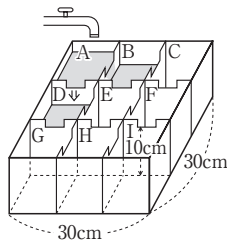
基本問題

解答 p.14

正答数

5問中

1 〔関数〕 右の図のように, 縦横とも 30cm の直方体の容器が, 等間隔のしきりによって A から I の 9 個の部屋に分けられている。隣り合う部屋のしきりには, 底面から高さ 10cm のところに, 水を流す切りこみがある。



A 室に毎分 1ℓ の割合で水を入れ始める。A 室の水は 1ℓ になると, 2 か所の切りこみから同じ割合で, B, D 室へあふれ出る。B, D 室の水はそれぞれ 1ℓ になると, 4 か所の切りこみから同じ割合で C, E, G 室へあふれ出る。このようにして, どの部屋も, 水は 1ℓ になるとあふれ出る。また, 水がいくつかの切りこみから 1ℓ に満たない部屋へあふれ出ているとき, その割合はみな同じである。なお, すべての部屋の水が 1ℓ になるまで水を入れ続けるものとする。以下の問いに答えなさい。 (鳥取)

- (1) B 室から水があふれ始めるのは, A 室に水を入れ始めて何分後ですか。 ()
- (2) H 室に水が入り始めて x 分後の H 室の水量を y ℓ とするとき, y を x の式で表すと次のようになった。①, ②, ③の〔ア〕~〔エ〕にあてはまる数または式を求めなさい。ア()
- ① $0 \leq x \leq$ 〔ア〕のとき, $y =$ 〔イ〕 イ()
- ② 〔ア〕 $\leq x \leq$ 〔ウ〕のとき, $y =$ 〔エ〕 ウ()
- ③ 〔ウ〕 $\leq x \leq 4$ のとき, $y = 1$ エ()

ポイント チェック

- 1 1つの部屋に入る水の量(しきりの高さまで)は, 底面が1辺10cmの正方形だから, $10 \times 10 \times 10 = 1000(\text{cm}^3) = 1(\ell)$ となる。次に, 実際に隣りの部屋に流れていく水の量を考えて, どれだけの水が1分間に流れ込んでいくのかを確認していこう。
- A 室 \rightarrow B 室, D 室: 0.5ℓ
D 室 \rightarrow E 室, G 室: 0.25ℓ (ただし, E 室は B 室からも流れ込むので, E 室への流入量は 0.5ℓ)
G 室 \rightarrow H 室: 0.25ℓ
E 室 \rightarrow H 室, F 室: 0.25ℓ
- (2) H 室は時間帯によって, 流れ込む量が変わってくる。E 室と G 室から流れ込んでくる時間を考えよう。

注 2010年春, 2011年春に受験する人は, この単元を学習する必要はありません。

★「線対称, 点对称」については本冊 37 ページも参照のこと。

要点のまとめ

● 図形の移動

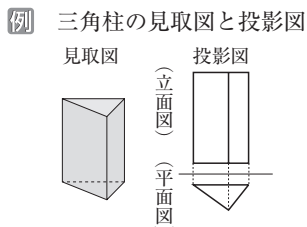
移動…形や大きさを変えずに, ある図形を他の位置へ移すこと。図形の移動は平行移動, 回転移動, 対称移動の3つで, この3つを使うと, 図形は平面上のどのような位置にでも移すことができる。

● 球(体積, 表面積)

重要 球の半径を r とすると
 体積 $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ 表面積 $S = 4 \pi r^2$

● 立体の投影図

真正面から見た図(立面図)と真上から見た図(平面図)を組にして示す方法。

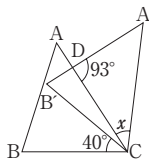


※かき方…投影図をかくとき, 実際に見える辺は実線(—)で示し, 立体の影になって見えない辺は破線(---)で示す。

入試頻出例題 図形の移動, 球, 立体の投影図

例題 1 図形の移動

右の図のように, 三角形 ABC を頂点 C を中心として 40° 回転し, 頂点 A, B が移った点をそれぞれ A', B' とする。また, 辺 AC と辺 $A'B'$ の交点を D とする。 $\angle A'DC = 93^\circ$ のとき, $\angle A'CD$ の大きさ x を求めなさい。



〈埼玉・改〉

✕ ミス注意!

図形
 指し示している角度や与えられた数値が円(球)の直径や半径なのかなど, 条件をきちんと読み取る。

考え方 回転しても図の形は変わらないので, $\angle ACB = \angle A'CB'$ だから, 共通な $\angle ACB'$ をひいた残りの角の大きさは等しい。 **答** 40°

例題 2 球

底面の半径と高さがともに 3cm の円柱と, 半径が 3cm の半球がある。円柱の体積を $V\text{cm}^3$, 半球の体積を $W\text{cm}^3$ とするとき, $V:W$ を最も簡単な整数の比で表せ。

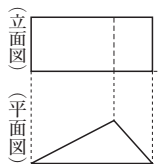
〈和歌山〉

考え方 円柱の体積は, 「底面積 \times 高さ」で求められる。 **答** $3:2$

例題 3 立体の投影図

右の投影図で示される立体を何というか, 書きなさい。

〈滋賀〉



考え方 立面図から柱体とわかり, 平面図から底面が三角形であるとわかる。 **答** 三角柱

解答 p.14 確認問題

1 例題 1 で, $\angle BAC$ の大きさを求めなさい。
 () (埼玉)

2 半径が 3cm の球の体積と等しい体積をもつ円柱がある。この円柱の高さが 9cm のとき, 底面の半径を求めなさい。
 () (茨城)

3 例題 3 で, 与えられた投影図の見取図をかきなさい。 (滋賀)

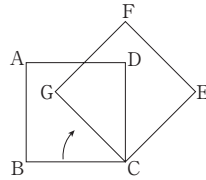


基本問題

解答 p.14

正答数 / 5問中

- 1** 〈回転移動〉 右の図において、四角形 ABCD、四角形 FGCE は、それぞれ 1 辺の長さが 10cm の正方形で、 $\angle GCB = 45^\circ$ である。



この図で、B と G を結ぶとき、 $\angle BGC$ の大きさを求めなさい。また、正方形 ABCD を、頂点 C を中心として矢印の方向に 45° 回転させて、正方形 FGCE の位置まで移動させるとき、辺 AD が通過する部分の面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

$\angle BGC$ () 面積 ()

- 2** 〈球〉 体積が等しい球と円すいがある。球の半径は 5cm である。円すいの高さが 5cm であるとき、この円すいの底面の円の半径はいくらですか。

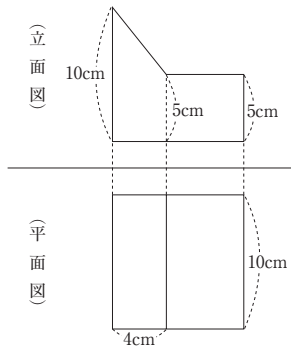
〈広島・改〉

()

- 3** 〈立体の投影図①〉 右の投影図で表されるような、底面が正方形の多面体がある。この多面体の体積を求めなさい。ただし、この図では、立体のかげになって見えない辺を表す……線はありません。

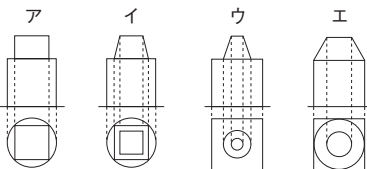
〈北海道〉

()



- 4** 〈立体の投影図②〉 右の図は、円すいを底面に平行な平面で切ってできた立体①を、立方体②の上に重ね合わせた立体の見取図である。立体①の底面の円は、立方体②の上の面の正方形の各辺に接している。この重ね合わせた立体を矢印の方向から見たとき、その投影図を正しく表しているものを、右のア～エから一つ選び、その記号を書きなさい。

〈岩手〉



()

ポイント チェック

1 おさえおこう

平行移動

平行移動…平面上で、図形を一定の方向に、一定の長さだけずらして、その図形を移すこと。

2 おさえおこう

回転移動

回転移動…平面上で、図形を 1 つの点を中心として、一定の角度だけまわして、その図形を移すこと。

回転の中心…回転移動をしたとき、中心とした点のこと。

3 おさえおこう

対称移動

対称移動…平面上で、図形を 1 つの直線を折り目として、折り返してその図形を移すこと。

対称の軸…対称移動をしたとき、折り目とした直線のこと。対応する点を結ぶ線分は対称の軸によって垂直に 2 等分される。

2 覚えよう

円すいの体積 V

底面の円の半径を r 、円すいの高さを h とすると、 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

注 2010年春、2011年春に受験する人は、この単元を学習する必要はありません。

要点のまとめ

度数分布表

階級…整理した1つ

1つの区間のこと。

階級値…各階級の中央の値のこと。

度数…各階級に入る資料の個数のこと。

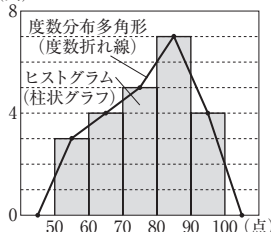
階級(点)	度数(人)
以上 未満 50 ~ 60	3
60 ~ 70	4
70 ~ 80	5
80 ~ 90	7
90 ~ 100	4
計	23

度数分布表…階級に応じて、度数を整理した表。

代表値…資料の値全体を代表する値のこと。

資料の整理の方法

- ①表にまとめる
(度数分布表)
- ②ヒストグラム
- ③度数分布多角形



相対度数

相対度数…各階級の度数の、全体に対する割合を表し、小数で表す。

$$\text{相対度数} = \frac{\text{各階級の度数}}{\text{全体の度数}}$$

平均値

度数分布表から平均値を求めるとき、ある階級に入っている資料の値はどれもその階級の階級値をとるとみなして計算する。

測定値と近似値、有効数字

測定値…長さなどを測って得られた値のこと。

近似値…真の値に近い値のこと。

誤差…近似値と真の値との差のこと。

有効数字…測定などによって得られた近似値を表す数のうち、信用できる数字のこと。その数字の個数を有効数字のけた数という。

有効数字の表し方

〔(整数部分が1けたの小数) × (10の累乗)〕

例 測定値が3385g のとき

有効数字3けたで表すと、 $3.39 \times 10^3 \text{g}$

有効数字2けたで表すと、 $3.4 \times 10^3 \text{g}$

入試頻出例題

度数分布表

右の表は、S中学校の男子30人について、垂直跳びの記録を調べ、度数分布表に表したものである。階級45cm～50cmの相対度数はいくつですか。また、跳んだ高さの平均を四捨五入により小数第一位までの値で求めなさい。
(島根・改)

跳んだ高さ(cm)	度数(人)
以上 未満 40 ~ 45	3
45 ~ 50	6
50 ~ 55	12
55 ~ 60	8
60 ~ 65	1
計	30

考え方 相対度数は $\frac{\text{各階級の度数}}{\text{全体の度数}}$ で求める。相対度数の合計は1になる。度数分布表の平均は、それぞれの「度数の階級値 × 度数」の合計を全体の度数でわればよい。

解き方 相対度数 → $6 \div 30 = 0.20$ 平均 → 階級値は 42.5, 47.5, 52.5, 57.5, 62.5 だから、 $(42.5 \times 3 + 47.5 \times 6 + 52.5 \times 12 + 57.5 \times 8 + 62.5 \times 1) \div 30 = 52.16 \dots$
(答) 相対度数 → 0.20 平均 → 52.2cm

おさえておこう

階級の幅、分布の範囲
階級の幅…各階級の最大値から最小値をひいたもの。
分布の範囲…資料の最大値と最小値の差。資料の散らばりのようすを表す。

解答 p.15

確認問題

左の例題のそれぞれの階級の相対度数を求めなさい。(島根)

40 ~ 45 ()
50 ~ 55 ()

基本問題

解答 p.15

正答数

4問中

1 〈度数分布表〉

右の表は、A 中学校と B 中学校の 2 年男子について、握力を調べ、その結果を度数分布表に整理したものである。この表について述べた次のア～オの文のうち、正しいものを 2 つ選び、その記号を書きなさい。〈徳島〉

握力 (kg)	度数 (人)	
	A 中学校	B 中学校
以上 未満 15 ~ 20	1	0
20 ~ 25	3	x
25 ~ 30	2	9
30 ~ 35	4	17
35 ~ 40	7	14
40 ~ 45	2	5
45 ~ 50	0	2
50 ~ 55	1	0
計	20	50

ア 表の中の x にあてはまる度数は 5 である。

イ 分布の範囲は、A 中学校より B 中学校の方が小さい。

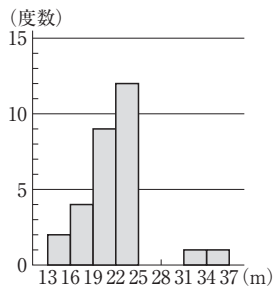
ウ 階級 35kg ~ 40kg の相対度数は、A 中学校より B 中学校の方が大きい。

エ A 中学校の平均は、階級 25kg ~ 30kg に入っている。

オ B 中学校で 3 番目に強い人は、階級 40kg ~ 45kg に入っている。
()

2 〈ヒストグラム〉

右の図は、ある中学校の 2 年男子 40 人のハンドボール投げの記録をヒストグラムに表したものであるが、25 ~ 28 と 28 ~ 31 の階級については記入されていない。〈富山〉



(1) 16 ~ 19 の階級と 25 ~ 28 の階級の度数の比は 1 : 2 である。右のヒストグラムを完成しなさい。

(2) 22 ~ 25 の階級の相対度数はいくつですか。
()

3 〈平均〉

ある学級の生徒 40 人について通学の所要時間を調べて整理したところ、右の表のようになった。この度数分布表から、通学の所要時間の平均を求めなさい。〈埼玉〉

所要時間 (分)	人数 (人)
以上 未満 0 ~ 10	5
10 ~ 20	11
20 ~ 30	17
30 ~ 40	5
40 ~ 50	2
計	40

()



おさえておこう

メジアン, モード

メジアン(中央値)…資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値のこと。

モード(最頻値)…資料でもっとも頻繁に現れる値のこと。度数分布表では、度数がもっとも多い階級の真ん中の値。

3 おさえておこう

仮平均

基準(仮平均)を考えて、「階級値と基準との差」と「階級値と規準との差×度数」を利用して求めることもできる。

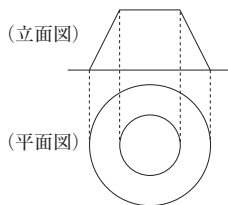
仮平均を 25 分と考えたと、

階級値	差	差×度数
5	-20	-100
15	-10	-110
25	0	0
35	+10	+50
45	+20	+40
合計		-120

平均は基準の 25 分より、 $-120 \div 40 = -3$ ずれるので、 $25 - 3 = 22$ (分) となる。

1] 〈線対称〉 点(3, 4)と y 軸について対称な点の座標を求めなさい。(20点)〈栃木〉
()

2] 〈立体の投影図〉 右の図は、円すいを底面に平行な平面で切ってきた立体の投影図である。平面図の2つの円は、中心が同じで、半径がそれぞれ3cm, 6cmであり、立面図の台形の高さは6cmである。この立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。



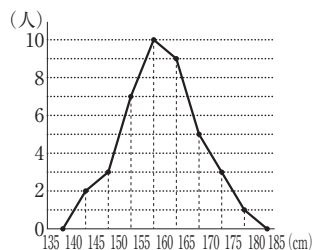
(20点)〈埼玉〉

()

3] 〈資料の活用〉 右のグラフは、3年生のあるクラスの生徒について、身長分布のようすを度数多角形で表したものである。このグラフから、160cm以上の生徒数は全体の何%にあたるかを求めなさい。

(20点)〈山形〉

()



4] 〈平均値〉 右の表は、ある学級の男子全員がそれぞれ1回だけ垂直とびを行い、その記録の結果を階級ごとに、階級値, M , 度数, $M \times (\text{度数})$ についてまとめたものである。ただし、 M は(階級値) - (仮の平均)の値を表す。この表について、次の(1)~(3)に答えなさい。 10点 \times 4 (40点)〈長崎〉

階級 (cm)	階級値 (cm)	M (cm)	度数 (人)	$M \times (\text{度数})$
以上 未満	37.5	-10	2	-20
35~40	42.5	-5	イ	-20
40~45	47.5	0	7	0
45~50	ア	5	4	20
50~55	57.5	10	3	30
55~60			20	10
計				

(1) 表の「ア」, 「イ」の中にあてはまる数を求めなさい。

ア() イ()

(2) 仮の平均は何 cm ですか。

()

(3) 男子全員の記録の平均値を求めなさい。

()

アドバイス

1] 座標上で考える。

3] たとえば、140cm 以上 145cm 未満が2人いることを表している。

注 2010年春に受験する人は、この単元を学習する必要はありません。

要点のまとめ

●有理数・無理数

有理数…分数の形で表される数のこと。

無理数…有理数でない数。すなわち、分数の形では表されない数のこと。

有理数	整数	正の数(自然数)	1, 2
		負の数	-1, -2
	有限小数		0.1, 0.13
		循環する無限小数(循環小数)	$\frac{1}{3}$ (0.33…)
無理数	循環しない無限小数	$\sqrt{2}$, π	

●2次方程式の解法(平方根の利用)

x^2+ax+b を $(x+m)^2+n$ の形に変形することを利用して解く。

例 $x^2+6x-5=0$ を平方根を利用して解きなさい。

次の手順で、解いていく。

①定数部分を右辺に移項する。 $x^2+6x=5$

② x の係数の半分の2乗を両辺に加える。

$$x^2+6x+3^2=5+3^2 \quad (6 \div 2)^2$$

③左辺を平方の形にする。 $(x+3)^2=14$

④平方根を考えて、 x を求める。

$$x+3=\pm\sqrt{14} \quad x=-3\pm\sqrt{14}$$

●2次方程式の解法(解の公式)

重要 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

解の公式の導き方 $ax^2+bx+c=0$

$$\rightarrow \textcircled{1} \quad ax^2+bx=-c \quad x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

$$\textcircled{2} \quad x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\textcircled{3} \quad \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$\textcircled{4} \quad x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

例 $x^2+6x-5=0$ を解の公式を利用して解きなさい。

$a=1$, $b=6$, $c=-5$ を解の公式に代入する。

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

$$= -3 \pm \sqrt{14}$$

基本問題

解答 p.15

正答数

13問中

1 <有理数> n は1けたの自然数で、 $\sqrt{\frac{18}{n}}$ が有理数になるという。
 このような n をすべて求めよ。 (愛知)

()

2 <2次方程式> 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $x^2+3x-1=0$ <沖縄> (2) $x^2-5x+2=0$ <熊本>

(3) $x^2-3x-3=0$ <埼玉> (4) $2x^2=1-5x$ <佐賀>

(5) $9x^2-8=0$ <福岡> (6) $3(x+1)=x^2$ <愛知>

(7) $3x^2-5x+1=0$ <奈良> (8) $2x^2-1=x(x+5)$ <広島>

(9) $(x-2)^2=-3x+5$ <新潟> (10) $x(x+4)=3(x+1)$ <広島>

(11) $x^2-4x+2=0$ <北海道> (12) $x^2-8x+1=0$ <香川>

ポイント チェック

2 覚えよう

2次方程式の解法

① $ax^2+bx+c=0$ の形に整理する。

②左辺が因数分解できるときは、因数分解を利用して解く。

③左辺が因数分解できないときは、解の公式を利用して解く。

注 2010年春に受験する人は、この単元を学習する必要はありません。

★「円」については本冊 52～55 ページを参照のこと。

要点のまとめ

※「円」の単元は学習する学年の移動(2年生→3年生)になり、本冊「13章・円」で学習してください。以下は、追加内容です。

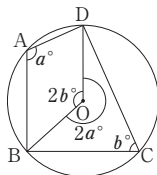
●円周角と中心角の関係の利用

例 円に内接する四角形(4つの点が1つの円周上にある四角形)は向かい合う角の和が 180° になる理由を考えると、

円周角と中心角の関係より
右図のように表せるから、

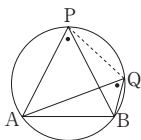
$$2a^\circ + 2b^\circ = 360^\circ \text{より、}$$

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$



●円周角の定理の逆(追加内容)

点P, Qが直線ABの同じ側にあつて、 $\angle APB = \angle AQB$ であるとき、この4点A, B, P, Qは同一円周上にある。



例 四角形ABQPの向かい合う角の和が 180° のとき、4点A, B, Q, Pは同一円周上にあるといえる。

●相似比(面積比, 体積比)

重要 相似な平面図形(相似比が $a:b$)のとき、
面積比は $a^2:b^2$

相似な図形は底辺の比(相似比)が $a:b$ であれば、高さの比も $a:b$ だから、面積は底辺と高さの積を考えるから、面積比が $a^2:b^2$ となる。

例 1辺が2cmと6cmの正三角形の面積比は、
高さが $\sqrt{3}$ cm, $3\sqrt{3}$ cmだから、面積は $\sqrt{3} : 9\sqrt{3} = 1:9$ となる。このとき、正三角形が相似であることを利用すると、相似比は対応する辺の比を考えて、 $2:6 = 1:3$ より、面積比は $1^2:3^2 = 1:9$

重要 相似な立体図形(相似比が $a:b$)のとき、
表面積比は $a^2:b^2$ 体積比は $a^3:b^3$

例 1辺が2cmと6cmの立方体の体積比は、
立方体が相似であることより、相似比は $2:6 = 1:3$ だから体積比が $1^3:3^3 = 1:27$

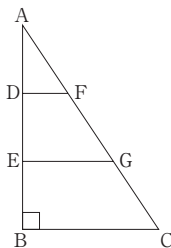
入試頻出例題

相似比(体積比)

右の図で、 $\triangle ABC$ は $\angle ABC = 90^\circ$ の直角三角形である。D, Eは辺AB上の点で、 $AD = DE = EB$ 、また、F, Gは辺AC上の点で、直線DF, EGはともに辺BCに平行である。

この図形を直線ABを軸として回転させると、 $\triangle ADF$ と $\triangle AEG$ と $\triangle ABC$ のそれぞれが回転してできる回転体の体積比を求めなさい。

(愛知・改)



ミス注意!

面積比, 体積比

相似比の2乗や3乗になるのは、与えられた図形が相似のときのみである。



解答 p.15

確認問題

左の例題で、四角形EBCGが回転してできる回転体の体積は、 $\triangle ADF$ が回転してできる回転体の体積の何倍ですか。(愛知)

()

考え方 相似比を利用して考える。

解き方 $\triangle ADF \sim \triangle AEG \sim \triangle ABC$ より、相似比は $1:2:3$ だから、
体積比は $1^3:2^3:3^3 = 1:8:27$

(答) $1:8:27$

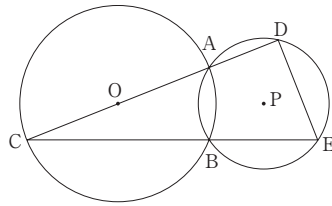
基本問題

解答 p.16

正答数

4問中

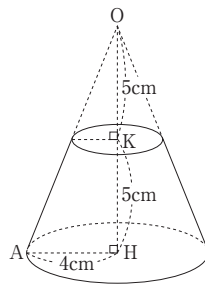
- 1 〔円〕 右の図で、半径3cmの円Oと半径2cmの円Pは2点A、Bで交わっている。また、中心OとAを結ぶ直線と円O、円Pと交わる点がそれぞれC、Dであり、CBの延長が円Pと交わる点がEである。 $\angle BED = 69^\circ$ のとき、 $\angle ACB$ は何度ですか。 〈高知〉



()

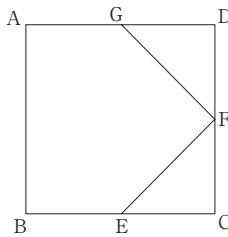
- 2 〔相似比の利用〕 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図の立体は、底面の半径HAが4cm、高さOHが10cmの円すいを、OHの中点Kを通り底面に平行な平面で切り、小さな円すいを取り除いたものである。このとき、立体の体積は、何 cm^3 ですか。ただし、円周率は π とする。 〈岡山〉



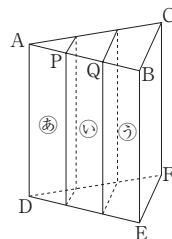
()

- (2) 右の図で、四角形ABCDは正方形で、E、F、Gはそれぞれ辺BC、CD、DAの中点である。この図形を直線ABを軸として回転させる。正方形ABCDの1辺の長さが6cmのとき、五角形ABEFGが回転してできる回転体の体積は何 cm^3 ですか。ただし、円周率は π とする。 〈愛知〉



()

- (3) 点A、B、C、D、E、Fを頂点とする三角柱がある。図のように、辺ABを3等分する点を、それぞれP、Qとし、点P、Qを通過して、側面BEFCに平行な面で切って、3つの角柱㉑、㉒、㉓をつくる。このとき、角柱㉑の体積と角柱㉓の体積の比を求めよ。 〈佐賀〉



()



1 おさえておこう

円に内接する四角形
向かい合う角の和は
 180° になる。
 $\angle BAD + \angle BED = 180^\circ$
より、 $\angle BAC = \angle BED$

$\triangle ABC$ は円の中心を通る三角形(直径を1辺とする三角形)だから、直角三角形になる。

$\rightarrow \angle ABC = 90^\circ$

- 2 (1) まずは、小さい円すいと大きい円すいの体積比を考える。

相似比 $\rightarrow 1:2$

体積比

$\rightarrow 1^3:2^3 = 1:8$

求める立体の体積は、大きい円すいの体積の

$\frac{8-1}{8} = \frac{7}{8}$ と考える。

- (2) 五角形を2つの四角形に分けて考える。また、それぞれの四角形を回転させてできた立体は、大きな円すい(底面の半径6cm、高さ6cm)から小さな円すい(底面の半径3cm、高さ3cm)をひいた立体である。

- (3) 比べる角柱の高さは等しいので、底面積比を考える。

注 2010年春に受験する人は、この単元を学習する必要はありません。

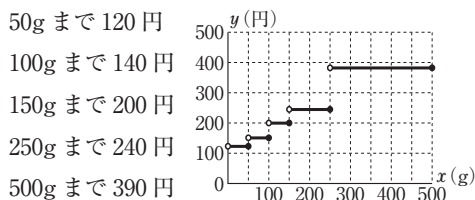
要点のまとめ

関数

ともなって変わる2つの変数 x , y があって、 x の値を決めるとそれに対応して y の値がただ1つ決まるとき、 y は x の関数であるという。

いろいろな事象の中にある関数関係を表や式、グラフなどで表すことを考える。

例 定形外郵便物の料金



これを横軸に重さ(x)、縦軸に料金(y)をとって、グラフに表すと上のようになる。このとき、 x の値が決まれば y の値は1つに決まるから、「 y は x の関数である」という。

標本調査

標本…ある調査のために取り出されたもの。
母集団…ある調査の対象となるものすべて。
全数調査…調査対象すべてを調査するやり方。
標本調査…母集団の一部を標本として抽出して、標本の傾向を調べることで、母集団の傾向を読み取ること。全数調査が大変なときに行われる。

例 黒と白の碁石があわせて10000個あって、黒と白の碁石のそれぞれの個数を求めるときは、数え上げるのは現実的ではないので、たとえば1回に20個を取り出して白と黒の碁石の数を数えることを5回繰り返してから、白と黒の碁石の個数の平均を求めて、その比率で10000個の中にある白と黒の碁石の数を類推する。1回に取り出す個数や繰り返す回数が多い方が実際の個数に近づくことになる。

基本問題

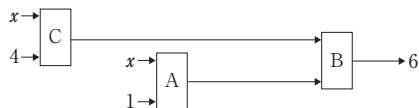
解答 p.16

1 〈関数〉 3つの計算機 A, B, C があり、これらは2数を入力したとき、それぞれ次のような計算をする。

計算機 A は、2数を加える。計算機 B は、2数をかける。計算機 C は、2数が異なるときは大きい方から小さい方をひき、等しいときは0と計算する。これを計算の例で示すと、次の図のようになる。

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} 5 \rightarrow \\ 3 \rightarrow \end{array} \boxed{A} \rightarrow 8 & \begin{array}{c} 5 \rightarrow \\ 3 \rightarrow \end{array} \boxed{B} \rightarrow 15 & \begin{array}{c} 5 \rightarrow \\ 3 \rightarrow \end{array} \boxed{C} \rightarrow 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} 3 \rightarrow \\ 5 \rightarrow \end{array} \boxed{C} \rightarrow 2 \quad \begin{array}{c} 5 \rightarrow \\ 5 \rightarrow \end{array} \boxed{C} \rightarrow 0$$

これら3つの計算機を、下の図のように組み合わせて計算したところ、結果は図のように6となった。計算機 A, C に入力する2数のうちの一方を x とするとき、 x の値を求めなさい。 (香川)



()

正答数

1問中



1 計算機 C は2数の差で、大きい方から小さい方をひくから、ここでは x が4より大きいときと小さいときに分けて考えていく ($x = 4$ のときは、結果が0になる)。

A : $x + 1$
 $x > 4$ のとき

C : $x - 4$

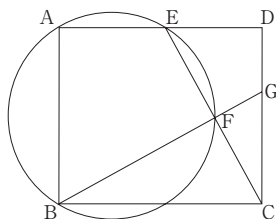
B : $(x - 4)(x + 1)$

$x < 4$ のとき

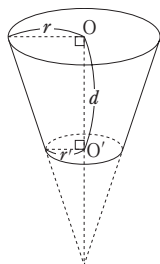
C : $4 - x$

B : $(4 - x)(x + 1)$

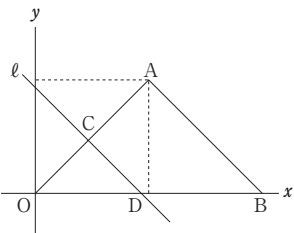
- 1] <円>** 右の図は、 $AD = 8\text{cm}$ の長方形 $ABCD$ で、辺 AD の中点を E とし、 E と C を結び、その中点を F とする。また、 B と F を結び、その延長と辺 DC との交点を G とする。4点 A, B, F, E が同一円周上にあるとき、図の点 $A \sim G$ について、同一円周上にある4点の組を、 (A, B, F, E) のようにすべて書きなさい。ただし、 (A, B, F, E) はのぞく。
()



- 2] <体積比>** 右の図のように、円すいを底面に平行な平面で切り、小さな円すいを取り除いた形をした容器を作った。このとき、もとの円すいの底面円 O の半径 r が 20cm 、切り口の円 O' の半径 r' が 10cm 、2円の中心 O, O' の間の距離 d が 30cm であった。この容器に水を入れ、ちょうどいっぱいにするとき、何 ℓ の水が入るか、求めなさい。ただし、円周率は π とする。
()



- 3] <相似比の利用>** 右の図のように、3点 $A(5, 5), O(0, 0), B(10, 0)$ を頂点とする三角形 AOB があり、直線 ℓ と辺 OA, OB との交点をそれぞれ C, D とする。
直線 ℓ が辺 AB に平行で、三角形 COD と三角形 AOB の面積の比が $4:25$ のとき、直線 ℓ の式を求めなさい。
()



アドバイス

- 1]** 条件より、 $\angle BFE = 90^\circ$ 、 $\triangle BCG \sim \triangle CFG$
よって、直線 BF は線分 EC の垂直二等分線より、 $\angle EBG = \angle CBF$ 、 $\angle CBF(\angle CBG) = \angle FCG$ である。
また、次のときに、4点在同一円周上にある。
① 等しい角が同じ弧(弦)の上にある(2点から見込む角が等しい)とき
② 四角形を探して、向かい合う角の和が 180° のとき
- 2]** $1000\text{cm}^3 = 1\ell$
- 3]** $\triangle COD \sim \triangle AOB$ で、面積比が $4:25 = 2^2:5^2$ だから、相似比は $2:5$ になる。よって、 $C(2, 2), D(4, 0)$ となる。

解答と解説

1

数と式(1)

本冊p.2

■基本問題■

1 $220x + 90(12 - x) \leq 2000$

2 (1) $20 < x + 6$

$10 < 60 - 3x$

(2) $220x < 310x - 1000$

$310x - 1000 < 220(x + 1)$

2

数と式(2), 関数

本冊p.3

■基本問題■

1 (1) 3分後

(2) ア 2 イ $0.25x$ ウ 3

エ $0.5x - 0.5$

■解説■

1つの部屋に入る量は1ℓで、隣の部屋に流れていく水の量からどれだけの水が1分間に流れ込んでくるのかを考え、さらに何分で隣の部屋に流れ出すのかを調べていく。

A室⇒1分後に隣の部屋に流れ出す。

A室→B室, D室: 0.5ℓ

⇒2分後に隣の部屋に流れ出す。

D室→E室, G室: 0.25ℓ (E室はB室からも流れ込むので, E室への流入量は0.5ℓ)

⇒E室は2分後に隣の部屋F, Hに流れ出す。

G室は4分後に隣の部屋Hに流れ出す。

G室→H室: 0.25ℓ

E室→H室, F室: 0.25ℓ

(2) H室に水が入り始めてからの2分間はE室だけから0.25ℓ, そのあとはE室とG室から $0.25 + 0.25 = 0.5(\ell)$ が1分間に流れ込んでくる。 $(1 - 0.25 \times 2) \div 0.5 = 1(\text{分})$ より, $2 + 1 = 3(\text{分})$ 後にH室から隣の部屋に流れ出す。エの式は, $y = 0.5 + 0.5 \times (x - 2) = 0.5x - 0.5$

3

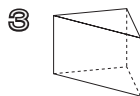
図形(移動, 球, 投影図)

本冊p.4~p.5

■確認問題■

1 47°

2 2cm



■基本問題■

1 $\angle BGC \cdots 67.5^\circ$ 面積 $\cdots \frac{25}{2} \pi \text{ cm}^2$

2 10cm

3 600 cm^3

4 工

■解説■

1 $\angle BGC \cdots \triangle CBG$ は二等辺三角形である。

面積…右図の面積を求め

る。おうぎ形CAFと

$\triangle CEF$ の面積の和から,

おうぎ形CDEと $\triangle ACD$

の面積の和をひけばよ

いので, $\triangle CEF \equiv \triangle CDA$ より, 実際はおうぎ形CAFの面積から, おうぎ形CDEの面積をひけばよいことになる。

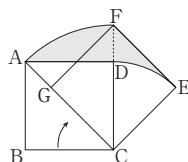
おうぎ形CAFの面積を求める際の半径ACの2乗は正方形ABCDの面積を利用して, $AC \times AC \div 2 = AB \times AD$ から求める。(参考)三平方の定理(本冊84ページを参照)より求めてもよい。

$\triangle ACD$ は直角二等辺三角形なので,

$AC = 10\sqrt{2} \text{ cm}$

3 求める立体は, 底面が立面図の形で, 高さが10cmの立体と考える。

$\{(5+10) \times 4 \div 2 + (10-4) \times 5\} \times 10 = 600(\text{cm}^3)$



❖❖❖ 覚えておくと便利! ~台形の面積~ ❖❖❖

台形の面積は
 $(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$
 で求められる。

確認問題

40 ~ 45 → 0.10 50 ~ 55 → 0.40

基本問題

1 イ, オ

2 (1)  (2) 0.30

3 22分

解説

1 $x = 50 - (9 + 17 + 14 + 5 + 2) = 3$

分布の範囲

A 中学校: 15kg 以上 ~ 55kg 未満に分布

B 中学校: 20kg 以上 ~ 50kg 未満に分布

階級 35kg ~ 40kg の相対度数

A 中学校: $7 \div 20 = 0.35$

B 中学校: $14 \div 50 = 0.28$

平均(A 中学校)

$$(17.5 \times 1 + 22.5 \times 3 + 27.5 \times 2 + 32.5 \times 4 + 37.5 \times 7 + 42.5 \times 2 + 52.5 \times 1) \div 20 = 33.5(\text{kg})$$

$0 + 2 < 3 < 0 + 2 + 5$ より, 3 番目に強い人は 40kg 以上 45kg 未満の階級に入っている。

3 $(5 \times 5 + 15 \times 11 + 25 \times 17 + 35 \times 5 + 45 \times 2) \div 40 = 22$ (分)

実戦テスト(1年範囲)

本冊p.8

実戦テスト

1 $(-3, 4)$

2 $126\pi \text{ cm}^3$

3 45%

4 (1) ア 52.5 イ 4

(2) 47.5cm

(3) 48cm (48.0cm)

解説

2 大きい円すいから小さい円すいをひいた形で, 大きい円すいの底面の半径は 6cm で高さは 12cm, 小さい円すいの底面の半径は 3cm で高さは 6cm になっている。

※厳密には, 小さい円すいの高さを求めるために 3 年の「相似」の知識が必要になる。

4 (3) $47.5 + 10 \div 20 = 48(\text{cm})$

5

数と式(有理数・無理数, 解の公式) 本冊p.9

基本問題

1 $n = 2, 8$

2 (1) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$ (2) $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

(3) $x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$ (4) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$

(5) $x = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$ (6) $x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$

(7) $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$ (8) $x = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$

(9) $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (10) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

(11) $x = 2 \pm \sqrt{2}$ (12) $x = 4 \pm \sqrt{15}$

解説

1 条件より, n に 1 から 9 までの整数を代入して, 有理数(整数や分数)になるかどうかを調べる。

2 (5) $9x^2 = 8$ $x^2 = \frac{8}{9}$ $x = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$
 (別解①) $a = 9, b = 0, c = -8$ として解の公式に代入する。

(別解②) $8 = (\pm 2\sqrt{2})^2$ だから,
 $(3x + 2\sqrt{2})(3x - 2\sqrt{2}) = 0$ として考えることもできる。

6

図形(円, 相似比) 本冊p.10~p.11

確認問題

19 倍

解説

例題の解き方より, $\triangle ADF$, 四角形 EBCG のそれぞれを回転させてできた回転体の体積比は $1 : (27 - 8) = 1 : 19$

■基本問題■

- 1 21°
 2 (1) $\frac{140}{3}\pi \text{ cm}^3$
 (2) $126\pi \text{ cm}^3$
 (3) 1 : 5

解説

- 2 (1) $\frac{1}{3}\pi \times 4^2 \times (5+5) \times \frac{7}{8} = \frac{140}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$
 (別解) 小さい円すいの底面の半径は 2cm だから、 $\frac{1}{3}\pi \times 4^2 \times (5+5) - \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 5 = \frac{140}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$
 (2) $\frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times (3+3) \times \frac{7}{8} \times 2 = 126\pi \text{ (cm}^3\text{)}$
 (別解) $\left\{ \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times (3+3) - \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 3 \right\} \times 2 = 126\pi \text{ (cm}^3\text{)}$
 (3) 角柱㉔と角柱㉕の底面積比は、底面の三角形の相似比 $1:2:3$ より面積比が $1^2:2^2:3^2 = 1:4:9$ となるので、 $1:(9-4) = 1:5$

7

関数、標本調査

本冊p.12

■基本問題■

- 1 $x = 1, 2, 5$

解説

- 1 $x > 4$ のとき、 $(x-4)(x+1) = 6$ だから、 $x = 5, -2$ より、 $x = 5$
 $x < 4$ のとき、 $(4-x)(x+1) = 6$ だから、 $x = 1, 2$ より、 $x = 1, 2$
 よって、 $x = 1, 2, 5$

実践テスト(3年範囲) 本冊p.13

●実践テスト●

- 1 (A, B, C, D)
 (E, F, G, D)
 (E, B, C, G)
 2 $7\pi l$
 3 $y = -x + 4$

解説

- 1 四角形 ABFE は円に内接する四角形だから、向かい合う角の和が 180° より、 $\angle BFE = 90^\circ$ また、 $EF = FC$ より、直線 BF は線分 EC の垂直二等分線だから、 $\angle EBF = \angle CBF$
 次に、 $\triangle BCG$ と $\triangle CFG$ において、相似だから、 $\angle CBF$ ($\angle CBG$) = $\angle FCG$ である。
 ① 四角形 ABCD は長方形だから、向かい合う角の和が 180° になる。
 ② 四角形 EFGD は条件より、向かい合う角の和が 180° になる。
 ③ $\angle EBF$ ($\angle EBG$) = $\angle CBF = \angle FCG$ ($\angle ECG$) だから、円周角の定理の逆が成り立つ。
 以上、3つの場合に、4点が同一円周上にあるといえる。
 2 まずは、小さい円すいと大きい円すいの体積比を考える。相似比は半径の比から $1:2$ なので、体積比は $1^3:2^3 = 1:8$ で、求める立体の体積は、大きい円すいの体積の $\frac{8-1}{8} = \frac{7}{8}$ と考える。
 $\frac{1}{3}\pi \times 20^2 \times (30+30) \times \frac{7}{8} = 7000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$
 よって、 $1000\text{cm}^3 = 1\ell$ より、求める水量は $7\pi\ell$
 (別解) $\frac{1}{3}\pi \times 20^2 \times (30+30) - \frac{1}{3}\pi \times 10^2 \times 30 = 7000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$
 3 直線 l が辺 AB に平行だから、 $\triangle COD \sim \triangle AOB$ $\triangle COD$ と $\triangle AOB$ の面積比が $4:25 = 2^2:5^2$ だから、 $\triangle COD$ と $\triangle AOB$ の相似比は $2:5$ になる。点 C, D の座標は辺 OA や辺 OB を $2:5$ に分ければよいから、C の x 座標は $5 \div 5 \times 2 = 2$, y 座標は $5 \div 5 \times 2 = 2$, D の x 座標は $10 \div 5 \times 2 = 4$, y 座標は $0 \div 5 \times 2 = 0$
 すなわち、C(2, 2), D(4, 0) となる。直線の式は 1 次関数の式だから、 $y = ax + b$ に、それぞれの座標の値を代入すると、

$$\begin{cases} 0 = 4a + b \\ 2 = 2a + b \end{cases} \quad a = -1, b = 4$$

 よって、 $y = -x + 4$