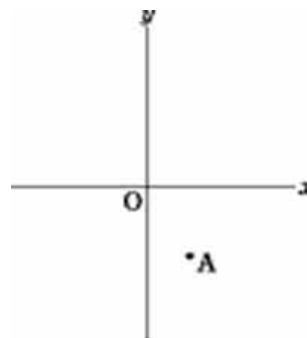


2003年 数学 新傾向問題選

問題1 あとの問いに答えなさい。〔静岡〕

右の図において、点Aの座標は(2, -4)である。
 方程式 $y = ax$ のグラフと方程式 $y = bx + c$ のグラフが1点で交わり、その交点が点Aであるような、 a, b, c の組は多数ある。そのうち、 a, b, c がすべて整数であるものを、1組求めなさい。



問題2 右の図Iの①は、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフである。点A, Bは①上の点で、点Cは、直線ABとx軸との交点である。また、点Aのx座標は負の数で、点Bのx座標は2, $AB : BC = 3 : 1$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

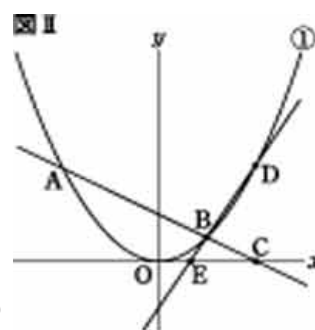
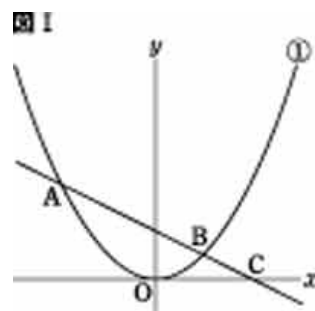
ただし、原点Oと点(1, 0), 点(0, 1)との距離をそれぞれ1cmとする。〔鳥取〕

(1) 2点 A, B の座標を求めなさい。

(2) 右の図IIのように、図Iで、y軸について点Aと対称な点をDとし、直線BDとx軸との交点をEとする。このとき、線分CEの長さを求めたい。

① 高志さんは、直線BDの式を用いて線分CEの長さを求めた。

[ア]にはあてはまる式を、[イ]にはあてはまる数を書きなさい。



《高志さんの求め方》

直線BDの式は、 $y = [ア]$, $y = 0$ として、点Eのx座標を求め、点Cのx座標との差を計算すると、

$$CE = [イ] \text{ cm}$$

② 良子さんは、「直線BDの式を用いなくても、 $AB : BC = 3 : 1$ であることを利用すれば、線分CEの長さを求めることができる」と考えました。良子さんの考えをもとにした線分CEの長さの求め方を証明しなさい。

問題3 花子のクラスでは、数学の授業で、確率の問題をつくることになり、花子は、次の問題をつくった。〔熊本〕

(花子の問題)

大小2つのさいころを同時に投げるとき、2つとも奇数の目が出る確率を求めなさい。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(1) 花子の問題の答えを求めなさい。

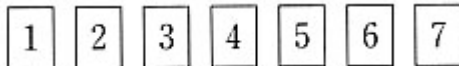
(2) 次に、花子は「2つとも奇数の目が出る」の部分をかえて、答えが $\frac{1}{6}$ になる新しい問題をつくることにした。(A)は、花子がつくろうとしている問題文である。答えが $\frac{1}{6}$ になるように、[]に適当な数やことばを入れて、あなたなりに問題文を完成しなさい。

(A)
大小2つのさいころを同時に投げるとき、出る目の数の積が[]である確率を求めなさい。

問題4 AさんとBさんは、2人で次のようなカードを使ったゲームを何回か行った。このとき、次の各問いに答えなさい。〔三重〕

【2人で行ったゲーム】

(ア) 次の図のように、1から7までの数字が書かれた7枚のカードを並べる。



(イ) 並べられた7枚のカードから、下の表のように、AさんとBさんがカードを1枚ずつ交互にとりあい、最後に3枚のカードを残す。

	1回目	2回目	3回目	4回目
カードをとる人	Aさん	Bさん	Aさん	Bさん

(ウ) 最後は残る3枚のカードに書かれている数の和が、
Aさんは、3の倍数にならないように、
Bさんは、3の倍数になるように、考えてカードをとらう。

(1) あるゲームで、3回目にAさんがカードをとって終了するとき、下のような4枚のカードが残った。次にBさんはどのカードをとればよいか、そのカードに書かれている数を書きなさい。



(2) 別のゲームで、2回目にBさんがカードをとって終了するとき、下のような5枚のカードが残った。次にAさんが、あるカードをとれば、その後Bさんがどのカードをとっても、最後に残る3枚のカードに書かれている数の和は3の倍数にならない。

Aさんはどのカードをとればよいか、そのカードに書かれている数を書きなさい。

また、その理由をそれぞれのカードに書かれている数を3で割った余りに着目して書きなさい。



(3) Aさんが、1回目に1, 4, 7のいずれかのカードをとって、3回目のカードのとりかたを工夫すれば、2回目、4回目にBさんがどのカードをとっても、最後に残る3枚のカードに書かれている数の和が絶対に3の倍数にならない。

Aさんは、3回目にどのようなカードをとればよいか、それぞれのカードに書かれている数を3で割った余りに着目して書きなさい。

<解答例と解説>

問題1

(例) $a = -2, b = 1, c = -6$

<解説>

$y = ax$ が $(2, -4)$ を通るから, $-4 = 2a$ より, $a = -2$

$y = bx + c$ が $(2, -4)$ を通るから, $-4 = 2b + c$ ……………(*)

(*)を満たす整数 b, c として, $b = 1, c = -6$ や $b = 2, c = -8$ などを答える。

問題2

(1) A(-4, 4)

B(2, 1)

(2) ① ア $y = \frac{3}{2}x - 2$ イ $\frac{8}{3}$

② AD//CE, AB:BC=3:1 だから,

AD:CE=3:1

したがって, 8:CE=3:1

よって, $CE = \frac{8}{3}$ cm

<解説>

(1) B(2, 1)

Aのy座標をaとする。Cのy座標は0
だから AB:BC=3:1 より,

$$(a-1):(1-0)=3:1$$

$$a-1=3 \quad a=4$$

$$4 = \frac{1}{4}x^2, \quad x < 0 \text{ より, } x = -4$$

(2) ① ア 2点B(2, 1), D(4, 4)を通る直線の式を求める。

イ直線ABの式は $y = -\frac{1}{2}x + 2$

$$0 = -\frac{1}{2}x + 2 \quad x = 4 \quad C(4, 0)$$

$$0 = \frac{3}{2}x - 2 \quad x = \frac{4}{3} \quad E\left(\frac{4}{3}, 0\right)$$

$$CE = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

② 平行線と比の性質より, AD:CE
=AB:BC であることを利用する。

問題3

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) 24 以上

<解説>

- (1) 2つとも奇数の目が出る場合は、
(大, 小) = (1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)
の9通り。
- (2) 起こる場合が6通りとなる事象を考えればよい。
他に「10の倍数」、「素数」など。