＜数学　解答・解説編＞

1

(1) **720**　　(2) $\boldsymbol{x=4}$

(3) $(y☆2)+\dfrac{(y☆2)}{y}=y(y+1)+\dfrac{y(y+1)}{y}$

$=y^2+2y+1=(y+1)^2$

y は自然数だから，$y+1$ は自然数である。

よって，$(y☆2)$ と $\dfrac{(y☆2)}{y}$ の和は自然数の 2 乗になる。

解説 (2) $(a☆b)=a\times(a+1)\times\cdots\times(a+b-1)$

だから，

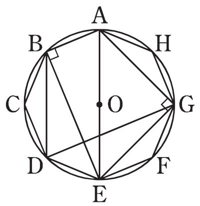
$\dfrac{(3☆x)}{(2☆x)}=\dfrac{\cancel{3}\times\cancel{4}\times\cancel{5}\times\cdots\times\cancel{(3+x-2)}\times(3+x-1)}{2\times\cancel{3}\times\cancel{4}\times\cdots\times\cancel{(2+x-2)}\times\cancel{(2+x-1)}}$

$=\dfrac{2+x}{2}$　$\dfrac{2+x}{2}=3$ を解いて，$x=4$

（この解法に気づかなければ，$x=1$，$x=2$，…を具体的にあてはめていく。）

2

32 cm²



解説 右図のように，線分 AE の中点 O を中心とする半径 2 の円をかくと，点 A～H は，すべて円周上にあるから，

$\angle ABE=90^\circ$，$\angle AGE=90^\circ$

よって，求める面積は，

$AB^2+BD^2+DG^2+GA^2$

$=(AB^2+DG^2)+(BD^2+GA^2)$

$=(AB^2+BE^2)+(EG^2+GA^2)$

$=AE^2+AE^2=2AE^2=2\times4^2=32\ (\text{cm}^2)$

3

$Q=\pi c^2\times\dfrac{a}{360}-\pi d^2\times\dfrac{a}{360}$

$=\dfrac{\pi a}{360}(c^2-d^2)$

$=\dfrac{\pi a}{360}(c+d)(c-d)$　……①

また，$r=c-d$

$\ell+m=2\pi d\times\dfrac{a}{360}+2\pi c\times\dfrac{a}{360}$

$=\dfrac{\pi a}{180}(c+d)$

よって，

$\dfrac{1}{2}r(\ell+m)=\dfrac{1}{2}\times(c-d)\times\dfrac{\pi a}{180}(c+d)$

$=\dfrac{\pi a}{360}(c+d)(c-d)$　…………②

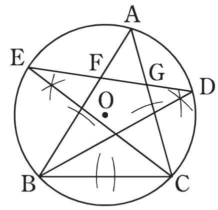
①，②より，$Q=\dfrac{1}{2}r(\ell+m)$

4

(1) **右図**

(2) (ア) **円周角**

(イ) **ABD**　　(ウ) **DBC**



(3) $\overset{\frown}{AE}$ に対する円周角が等しいから，

$\angle ADE=\angle ACE$

$\overset{\frown}{EB}$ に対する円周角が等しいから，

$\angle EAB=\angle ECB$

CE は $\angle C$ の二等分線だから，$\angle ACE=\angle ECB$

したがって，$\angle ADE=\angle EAB$　……①

ここで，$\angle AFG=\angle AEF+\angle EAF$

$=\angle AED+\angle EAB$　……②

$\angle AGF=\angle DAG+\angle ADG$

$=\angle DAC+\angle ADE$　……③

②より，$\angle AED=\angle DAC$　……④

①，②，③，④より，$\angle AFG=\angle AGF$

したがって，三角形 AFG は**二等辺三角形**である。

5

(1) $\boldsymbol{\dfrac{2}{3}}$ **倍**　　(2) $\boldsymbol{\dfrac{5}{18}}$

解説 (1) $\angle ABQ=60^\circ$ のとき，$\triangle OBQ$ は正三角形となるから，$\angle AOQ=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

$\dfrac{\overset{\frown}{AQ}}{\overset{\frown}{AB}}=\dfrac{120^\circ}{180^\circ}=\dfrac{2}{3}$

(2) 全体の場合の数は，$6\times6=36$（通り）

$\angle POQ=30^\circ$ となるのは，

① $180^\circ-(\angle AOP+\angle BOQ)=30^\circ$

よって，$30^\circ\times x+30^\circ\times y=150^\circ$ より，

$x+y=5$ の場合で，(1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1) の 4 通り。

② $(\angle AOP+\angle BOQ)-180^\circ=30^\circ$

よって，$30^\circ\times x+30^\circ\times y=210^\circ$ より，

$x+y=7$ の場合で，(1，6)，(2，5)，(3，4)，(4，3)，(5，2)，(6，1) の 6 通り。

よって，計 $4+6=10$（通り）