2006年実施　数学　新傾向入試問題選

1 ●北海道● 新傾向 連続するいくつかの自然数がある。これらの自然数のうちでもっとも小さい自然数を a，連続する自然数の個数を b とするとき，連続する自然数の積を（a☆b）と表すことにする。

例えば（5☆4）は，もっとも小さい自然数が 5 で，連続する 4 個の自然数の積となるので，右のように，（5☆4）の値は 1680 になる。

(5☆4)＝5×6×7×8
＝1680

次の⑴～⑶に答えなさい。

⑴　（8☆3）の値を求めなさい。

答

⑵　$\dfrac{(3☆x)}{(2☆x)}=3$ となるとき，x の値を求めなさい。

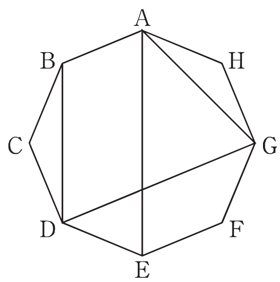
答

⑶　（y☆2）と $\dfrac{(y☆2)}{y}$ の和は自然数の 2 乗になることを証明しなさい。ただし，y は自然数とする。

（証明）

2 新傾向 ●愛知Ｂ● 右の図で，正八角形 ABCDEFGH の対角線 AE の長さは 4 cm である。

このとき，AB，BD，DG，GA をそれぞれ 1 辺とする 4 つの正方形をつくるとき，その面積の和は何 cm² か。



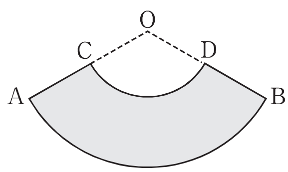
答

3 新傾向 ●東京改● ある中学校の数学の授業で，［Tさんがつくった問題］を皆で考えた後，生徒１人１人が図形の条件を変えて問題づくりに取り組んだ。

［Tさんがつくった問題］

a を 0 より大きく 180 より小さい数，c，d，r，ℓ，m を正の数，$c>d$ とする。

右の図で，▭で示した図形は，半径が c cm，中心角が∠AOB＝$a°$ のおうぎ形 OAB に，半径が d cm，中心角が∠COD＝$a°$ のおうぎ形 OCD を，点 C，点 D が，それぞれ半径 OA，半径 OB 上にあるようにつくり，おうぎ形 OAB からおうぎ形 OCD を除いた残りの図形を表している。



▭で示した図形の面積を Q cm² とする。

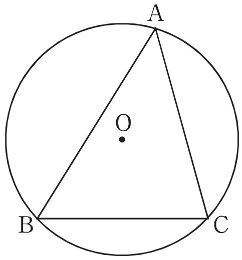
CA＝r cm，$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}=\ell$ cm，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}=m$ cm とするとき，$\mathrm{Q}=\dfrac{1}{2}r(\ell+m)$ となることを確かめなさい。

［Tさんがつくった問題］で，$Q=\frac{1}{2}r(\ell+m)$ となることを証明しなさい。ただし，円周率は π とする。

〔証明〕

4 新傾向 ●群馬●

右の図は，三角形 ABC と，三角形 ABC の 3 つの頂点を通る円 O である。∠B の二等分線と円 O との交点を D，∠C の二等分線と円 O との交点を E とする。また，線分 ED と辺 AB，AC との交点をそれぞれ F，G とする。



次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1)　4 点 D，E，F，G を，コンパスと定規を用いて作図しなさい。
ただし，図をかくのに用いた線は消さないこと。

(2)　∠AED＝∠DAC である。このことを次のように証明した。
$\boxed{\text{(ア)}}$ には適する語を，$\boxed{\text{(イ)}}$，$\boxed{\text{(ウ)}}$ には適する記号をそれぞれ入れなさい。

〔証明〕
$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ に対する $\boxed{\text{(ア)}}$ が等しいから，∠AED＝∠$\boxed{\text{(イ)}}$
$\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$ に対する $\boxed{\text{(ア)}}$ が等しいから，∠DAC＝∠$\boxed{\text{(ウ)}}$
BD は ∠B の二等分線だから，∠$\boxed{\text{(イ)}}$＝∠$\boxed{\text{(ウ)}}$
したがって，∠AED＝∠DAC である。

答	(ア)
	(イ)
	(ウ)

(3)　三角形 AFG はどんな三角形であるか，書きなさい。また，そうであることを証明しなさい。

〔証明〕

5 新傾向 ●広島●

右下の図のように，AB を直径とする半円 O がある。正しくつくられた 1 つのさいころを 2 回投げ，1 回目に出る目の数を x，2 回目に出る目の数を y とする。$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 上に∠AOP の大きさが $30°\times x$，∠BOQ の大きさが $30°\times y$ となるように 2 点 P，Q をとる。

これについて，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　∠ABQ＝60° となるとき，$\overset{\frown}{\mathrm{AQ}}$ の長さは $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さの何倍になるか。

答

(2)　∠POQ＝30° となる確率を求めなさい。

答