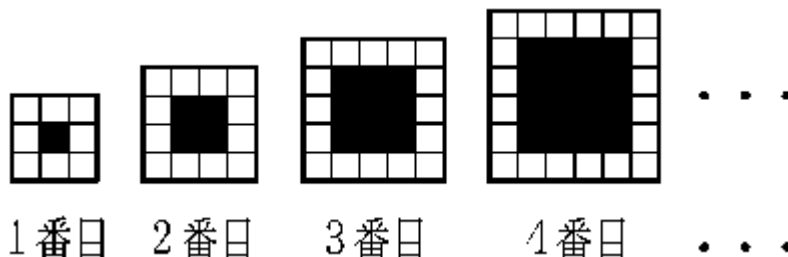


## 1999年 数学 新傾向問題選

問題1 下の図の1番目, 2番目, 3番目, 4番目, …のように, 同じ大きさの白と黒の正方形のタイルを, すきまなく重ならないように規則正しく並べ, 太い線で囲まれた図形をつくっていく。このとき, 次の問いに答えよ。〔高知〕

- (1)  $n$ 番目の図形には, 白いタイルは何枚使われているか,  $n$ の式で表せ。
- (2) 白いタイルが120枚使われている図形には, 黒いタイルは何枚使われているか。



問題2 春子さん, 良男さんの2人は, 3点A, B, Cの座標が,  $A(-1,1)$ ,  $B(2,7)$ ,  $C(3,9)$ のとき, 3点が一直線上にあるかどうかを調べるために, 次のように考えた。〔栃木〕

〔春子さんの考え方〕

2点A, Bを通る直線の傾きと, 2点B, Cを通る直線の傾きをそれぞれ求めて比較する。

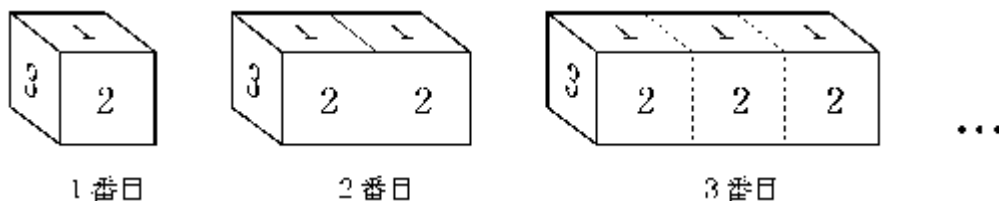
〔良男さんの考え方〕

2点A, Cを通る直線の式を求め, その直線が点Bを通るかどうかを確認する。

春子さん, または良男さんのどちらか一方の考え方を選んで, 3点が一直線上にあるかどうかを説明せよ。また, 選んだ方の名前を書け。

問題3 下の1番目の図は, 6つの面にそれぞれ1, 2, 3, 4, 5, 6の数が1つずつ書かれた立方体である。この立方体は, 1辺の長さが1cmで, 向かい合う面に書かれた数の和がそれぞれ7になっている。これと同じ立方体を, 2番目, 3番目, …の図のように, 1個ずつ増やしなが, 接着剤で規則的につなぎ合わせて直方体をつくっていく。このとき, 次の問いに答えよ。〔徳島〕

ただし, 接着剤でつなぎ合わせた面はかくれて見えないものとし, それ以外の面はすべて見えるものとする。



- (1) 京子さんは, 「見える面に書かれた数の和」について調べてみた。1番目の図では21で, 2番目の図では35であった。
  - 1 3番目の図のように, 立方体を3個つなぎ合わせた場合, 「見える面に書かれた数の和」を求めよ。
  - 2 立方体を10個つなぎ合わせた場合, 「見える面に書かれた数の和」を求めよ。
- (2) 健司さんは, 「辺の長さの和」について調べてみた。1番目の図では12cmで, 2番目の図では16cmであった。
  - 1 立方体を4個つなぎ合わせてつくった直方体の, 「辺の長さの和」を求めよ。
  - 2 立方体を $n$ 個つなぎ合わせてつくった直方体の, 「辺の長さの和」を $n$ を用いて表せ。

## <解答例と解説>

### 問題1

- (1)(4n+4)枚 (2)841枚

#### <解説>

- (1) n番目の図形では、タイルの総数は $(n+2)^2$ 枚、黒いタイルの枚数は $n^2$ 枚。よって、白いタイルは $(n+2)^2 - n^2$ (枚)。  
(2)  $4n+4=120$ をとりて $n=29$ 。よって、黒いタイルの枚数は $29^2$ (枚)。

### 問題2

春子さんの考え方: 2点A, Bを通る直線の傾きは  $\frac{7-1}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$

2点B, Cを通る直線の傾きは  $\frac{9-7}{3-2} = 2$

よって、2点A, Bを通る直線と、2点B, Cを通る直線は傾きが等しい。

また、どちらも点Bを通るので、この2直線は同一である。

よって、3点A, B, Cは一直線上にある。

良男さんの考え方: 2点A, Cを通る直線の式を $y=ax+b$ とする。

$x=-1$ のとき  $y=1$ であるから、

$$1 = -a + b \cdots \cdots \langle 1 \rangle$$

$x=3$ のとき  $y=9$ であるから、

$$9 = 3a + b \cdots \cdots \langle 2 \rangle$$

$$\langle 1 \rangle - \langle 2 \rangle \text{より, } -8 = -4a \quad a=2$$

$$\text{これを}\langle 1 \rangle\text{に代入して, } 1 = -2 + b \quad b=3$$

よって、2点A, Cを通る直線の式は  $y=2x+3$ となり、これに  $x=2$ を代入すると、

$$y=2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

よって、この直線は点 B(2, 7)を通る。したがって、3点A, B, Cは一直線上にある。

### 問題3

- (1)1. 49 2. 147 (2)1. 24cm 2.  $(4n+8)$ cm

#### <解説>

- (1) 3と向かい合っている面の数は4だから、つなぎ合わせて見えなくなる面は与えられた図で4と3であることがわかる。

1. 3個をつないだとき接着される面は2つだから、見える面の数の和は、

$$21 \times 3 - 2 \times (3 + 4) = 21 \times 3 - 2 \times 7$$

2. 同様にして、 $21 \times 10 - 9 \times 7$

- (2) 1. 右の図で、

$$(AB + BC + CD + DA)$$

$$+ (EF + FG + GH + HE) + 4$$

AE

$$= 4 + 4 + 4 \times 4 = 4 \times 6$$

2. 同様にして、 $4 + 4 + 4n$

