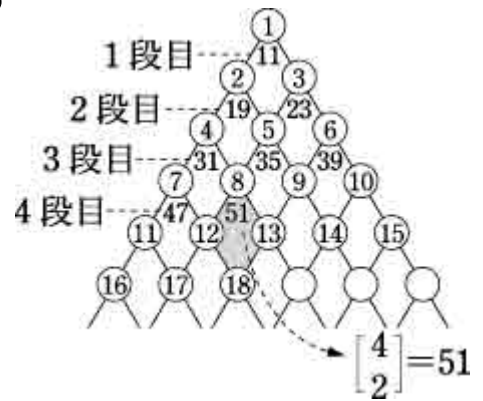


2001年 数学 新傾向問題選

問題1 右の図のように、○の中に自然数が順に入っている。また、4つの数で囲まれた『ます』には、その4つの数の和が書かれている。次の問いに答えよ。〔富山〕

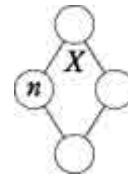


(1) 上から a 段目で左から b 番目の『ます』の数を $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ と表すことにする。例えば、上から4段目で左から2番目の『ます』の数は $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ で表され、 $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = 51$ である。

1. $\begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}$ を求めよ。

2. $\begin{bmatrix} a \\ a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \\ 1 \end{bmatrix}$ の結果を a を使って表せ。

(2) 図のように、ある『ます』の数を X とする。この『ます』をつくる4つの数のうち左側の数を n として、 X を n の式で表せ。



問題2 数学の授業で、先生から次の問題が出された。〔岐阜〕

問題 次の2つの表は、電話のA契約とB契約について、1か月の通話時間と使用料を表したものです。A契約とB契約それぞれの通話時間と使用料との関係を調べよ。ただし、通話時間は分を単位とし、1分未満は切り上げるものとする。

A契約	通話時間	200分以下のとき	200分をこえたとき
	使用料	3000円の基本使用料のみ	こえた時間1分につき20円を基本使用料に加える

B契約	通話時間	150分以下のとき	150分をこえたとき
	使用料	4000円の基本使用料のみ	こえた時間1分につき10円を基本使用料に加える

この問題を解くために、次の問いに答えよ。

(1) ある月に電話を5時間使用した場合、A契約とB契約の使用料は、それぞれいくらになるか求めよ。

(2) 先生と花子さんとの間で次のような会話がなされた。
先生 通話時間を x 分、使用料を y 円として、A契約のグラフをかいてみよう。ただし、 x は0以上の整数として考えなさい。

花子 $0 \leq x \leq 200$ の範囲では、基本使用料のみなので、 y は3000になります。

$x > 200$ の範囲では、 x 、 y の値の組を座標とする点をいくつかとると、直線上に並んでいることがわかります。

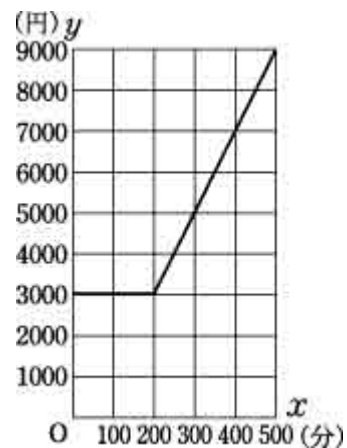
それらの点を結ぶと右のようになりました。

先生 $x > 200$ の範囲では、 (x, y) を座標とする点はすべて直線上にあることがわかるね。

では、その直線の式を求めてみよう。

花子 直線の式は、 $y = 20x - 1000$ になります。

1. 花子さんと同じように、B契約の x と y との関係の問題のグラフにかけ。
($0 \leq x \leq 500$)



2. B契約のグラフについて、 x と y との関係を式に表せ。 $(x > 150)$

- (3) 花子さんは、通話時間と使用料との関係について、A契約とB契約とを比較し、次のようにまとめた。()の中に、あてはまる数を書け。
「1か月に()分をこえて使用した場合、A契約よりB契約の使用料の方が安くなる。」

問題3 2辺の長さが a cmと b cm ($a < b$, a と b は整数)の長方形の用紙から、以下の手順に従って正方形を切り取っていく。〔青森〕

手順

- 長方形の用紙から、できるだけ大きな正方形を切り取る。
- 切り取った後の残った長方形の用紙から、同様にできるだけ大きな正方形を切り取る。
- 用紙を使いきるまで繰り返し続ける。

このとき、最後に切り取った正方形の1辺の長さが c cmのとき、

$$[a, b] = c$$

と表すことにする。

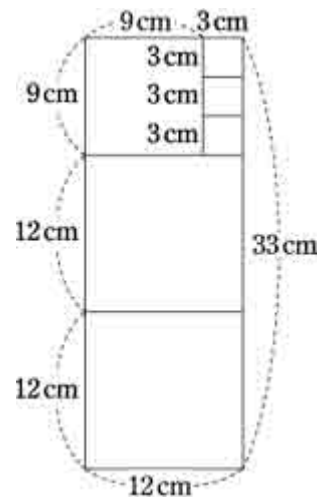
たとえば、右の図のような2辺の長さが、12cm, 33cmの長方形の用紙から、上の手順に従って正方形を切り取っていくと以下のようなようになる。

まず、1辺の長さが12cmの正方形を切り取る。同様に、1辺の長さが12cmの正方形をもう1枚切り取る。

次に、2辺の長さが、9cm, 12cmの長方形から、1辺の長さが9cmの正方形を1枚切り取る。

さらに、2辺の長さが、3cm, 9cmの長方形から、1辺の長さが3cmの正方形を合わせて3枚切り取り、用紙をすべて使いきる。

このとき、 $[12, 33] = 3$ となる。



次の問いに答えよ。

- (1) 2辺の長さが10cm, 14cmのとき、切り取る正方形を上図にならって図示し、 $[10, 14]$ の値を求めよ。ただし、切り取り線だけでよいものとする。
- (2) 2辺の長さが a cm, b cmの長方形から、1辺の長さが a cmの正方形を n 枚切り取ると、残った長方形の2辺の長さは a cm, x cmとなった。
 x を a, b, n の式で表せ。
- (3) $[143, 187]$ の値を求めよ。
- (4) $[a, 12] = 1$ をみたす a の値をすべて求めよ。

＜解答例と解説＞

問題1

(1) 1. 119 2. $4a-4$ 3. $X=4n+3$

＜解説＞

(1) $\begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}$ は



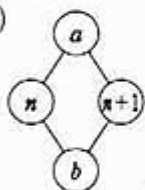
$$(2) \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 4, \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = 8$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = 12, \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = 16, \quad \dots\dots$$

であるから、

$$\begin{bmatrix} a \\ a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \\ 1 \end{bmatrix} = 4 \times (a-1) = 4a-4$$

(3)



$a+n+b$ の規則性をみてみ

る。例えば、 $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ では、

$$\begin{aligned} a+n+b &= 7+11+17 \\ &= 35 \\ &= 3 \times 11 + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ では、 } a+n+b = 8+12+18$$

$$\begin{aligned} &= 38 \\ &= 3 \times 12 + 2 \end{aligned}$$

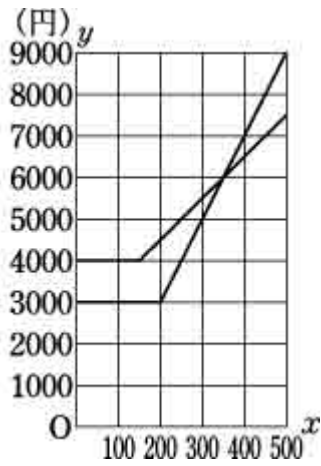
である。よって、一般のまずでは、 $a+n+b=3n+2$ である。

よって、もう1つは、 $n+1$ であるから、

$$\begin{aligned} X &= (3n+2) + (n+1) \\ &= 4n+3 \end{aligned}$$

問題2

(1) A契約… 5000円 B契約…5500円



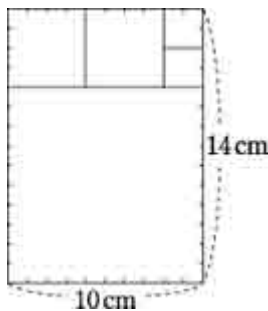
- (2)1. 右の図
(3)350

2. $y=10x+2500$

<解説>

- (1) A... $3000+20 \times (300-200)=5000$ (円) B... $4000+10 \times (300-150)=5500$ (円)
 (2) 1.傾き 10, 点 (150, 4000) を通る直線。
 (3) (2)のグラフの交点で調べる。

問題3



- (1) 右図の通り, $[10, 14]=2$
 (2) $x=b-an$
 (3) $[143, 187]=11$
 (4) 1, 5, 7, 11

<解説>

- (1) 1辺の長さが10cmの正方形を1枚切り取る。次に1辺の長さが4cmの正方形を2枚切り取る。最後に1辺の長さが2cmの正方形が2枚切り取れる。
 $187 \div 143 = 1$ あまり 44となり, 1辺の長さが143cmの正方形を1枚切り取れる。
 (3) $143 \div 44 = 3$ あまり 11 となり, 1辺の長さが44cmの正方形を3枚切り取れる。
 $44 \div 11 = 4$ となり, 1辺の長さが11cmの正方形を4枚切り取り, 用紙をすべて使い切る。
 (4) a は, $a < 12$ となる整数である。
 $12 \div a$ がわり切れてしまうものは, $[a, 12]=a$ となるので, 2, 3, 4, 6 はのぞく。
 ただし, 1は $12 \div 1$ でわり切れるが, $[1, 12]=1$ となるので条件をみたく。
 残った数 5, 7, 8, 9, 10, 11 について調べると,
 $[5, 12]=1, [7, 12]=1, [8, 12]=4, [9, 12]=3, [10, 12]=2, [11, 12]=1$ となる。
 よって, 条件をみたくものは, 1, 5, 7, 11 となる。